Domáce úlohy 1

1. *Platí* $n^{50} = O(1{,}2^n)$. *Určte pre hodnoty konštánt* C *rovné po rade a)* 10^{-50}, *b)* 10^{-30}, *c)* 10^{-10}, *d)* 1, *e)* 10^{10}, *f)* 10^{30}, *g)* 10^{50} *presnú hodnotu* n_0 *pre ktorú platí naznačený vzťah.*

2. *Dokážte: a)* $(\ln n)^2 = o(n^{0{,}01})$, *b)* $(\ln\ln n)^2 = o((\ln n)^{0{,}1})$.

3. *Určte asymptotický rast:* $\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. *Ako sa zmení výsledok, keď budeme počítať súčet od 1 po* $\sqrt[3]{n}$*? Odvoďte podrobne.*

4. *Určte asymptotický rast:* $\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha} \ln i$, $\alpha \in \mathbb{R}$. *Ako sa zmení výsledok, keď budeme počítať súčet od 1 po* $\sqrt[4]{n}$*? Odvoďte podrobne.*

5. *Určte asymptotický rast:* $\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha}(\ln i)^2$, $\alpha \in \mathbb{R}$. *Ako sa zmení výsledok, keď budeme počítať súčet od 1 po* $\sqrt[5]{n}$*? Odvoďte podrobne.*

6. *Určte asymptotický rast:* $\sum_{i=1}^{n} i^{\alpha}(\ln i)^{\beta}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $\beta \in \mathbb{N}_0$. *Odvoďte podrobne.*

7. *Porovnajte:* $1{,}01^{\ln\ln n!}$, $n^{\sqrt{n}}$, $(\sqrt{n})^n$ *a* $\sqrt{n!}$.

8. *Dokážte alebo nájdite príklad dokazujúci opak: ak* $f \sim g$ *a* $f = \omega(h)$, *tak* $f \sim g + h$.

9. *Dokážte alebo nájdite príklad dokazujúci opak: ak* $f = O(g)$ *a* $f \neq o(g)$, *tak* $f = \Theta(g)$.

10. *Dokážte alebo nájdite príklad dokazujúci opak: ak* $f \sim g$, *tak* $e^f \sim e^g$.

11. *Dokážte alebo nájdite príklad dokazujúci opak: ak* $f = o(g)$, *tak* $e^f = o(e^g)$.

12. *Dokážte, že platí:*

$$\sqrt[3]{\frac{16x^{19} + 17(\ln x)^{15} + 800\sin x}{4x^7 + 8(\ln x)^4 + 200\cos x}} = \Theta(x^4),$$

pomocou a) "C, n_0", *b) inak. S akou funkciou je ľavá strana v relácii* $\sim$*?*