

Topologische K-Theorie

Donnerstags, 8:15 — 10:00 Uhr, Seminarraum 0.007

Prof. Dr. C.-F. Bödigheimer, Dr. T. Macko

Vorbesprechung: Mittwoch, 13. Juli 2011, 9:00 - 10:00 Uhr, Hausdorffraum
Anmeldung (auch nach der Vorbesprechung): über Dozenten

Topologische K -Theorie ist eine verallgemeinerte Kohomologietheorie. Das heisst, dass es eine Folge von Funktoren $K^n(-, -)$ gibt, definiert für Paare von topologischen Räumen mit Werten in der Kategorie der abelschen Gruppen, so dass die Axiome von Eilenberg-Steenrod erfüllt werden. Mit dieser Kohomologietheorie kann einige der schwierigsten geometrisch-topologische Probleme lösen.

Das erste Ziel des Seminars ist es, die topologische K -Theorie, also zunächst die Gruppen $K^n(X, Y)$, zu definieren. Dies geschieht mittels der Vektorraumbündel über topologischen Räumen. Weiter wird dann bewiesen, dass die erhaltenen Funktoren tatsächlich eine verallgemeinerte Kohomologietheorie darstellen.

Anschliessend wird eine Anwendung auf das Problem von Divisionsalgebren vorgeführt. Wir werden den Satz von Adams bewiesen, der besagt, dass es nur folgende normierten Divisionsalgebren über \mathbb{R} gibt: \mathbb{R} selbst, die komplexen Zahlen \mathbb{C} , die Quaternionen \mathbb{H} , und die Oktonionen \mathbb{O} . Dazu werden die K -Gruppen von Sphären $K^*(S^n)$ zusammen mit einer weiteren Struktur, sogenannten Adams-Operationen benutzt.

Als Haupttext benutzen wir das Buch von M. Atiyah [Ati67]. Dieses Buch ist sehr elegant, ist für manche Leser aber vielleicht zu knapp geschrieben. Deshalb empfehlen wir, falls nötig, noch die Bücher von D. Husemoller [Hus66], M. Karoubi [Kar78], A. Hatcher [Hat], C. Bratzler und W. Lück [BL] und H.-D. Ebbinghaus [EHH⁺83].

Die Vorträge sind auf 90 Minuten angelegt: das heisst, man bereite ca. 70 Minuten vor und stelle sich auf viele Zwischenfragen ein. Die Vorträge müssen mindestens 2 Wochen vor dem Vortragstermin fertig sein. Und mit mir durchgesprochen sein.

Vorträge

- (1) **Vektorbündel - grundlegende Definitionen** CHRISTIAN WEISS
 13.10.2011 [Ati67, 1.1 - 1.2].
- (2) **Vektorbündel über kompakten Räumen 1** ANNA HERMANN
 20.10.2011 [Ati67, Seiten 10-20].

- (3) **Vektorbündel über kompakten Räumen 2** THILO SIMON
 27.10.2011 [Ati67, Seiten 20-31].
- (4) **Weitere Strukturen und G -Bündel über G -Räumen** MICHAEL HEUSSEN
 03.11.2011 [Ati67, 1.5 - 1.6].
- (5) **Definition von $K^0(X, Y)$** CHRISTIAN HEMMINGHAUS
 10.11.2011 [Ati67, 2.1-2.2 Seite 46].
- (6) **Bott-Periodizität 1** SIMON BUCHHOLZ
 17.11.2011 [Ati67, 2.2, Seiten 46-55].
- (7) **Bott-Periodizität 2** ALEXANDER STOLLENWERK
 24.11.2012 [Ati67, 2.2, Seiten 55-64].
- (8) **Kohomologische Eigenschaften der K -Theorie** EMANUEL REINECKE
 01.12.2011 [Ati67, 2.4].
- (9) **Beispiele von $K^*(X)$ und Definition von $K_G^*(X)$** FELIX BOES
 08.12.2011 [Ati67, 2.5, 2.3].
- (10) **Multiplikation auf $K^*(X, Y)$** JONAS KÖHLER
 15.12.2011 [Ati67, 2.6].
- (11) **Der Thom-Isomorphismus** VALENTIN KRASONTOVITSCH
 12.01.2012 [Ati67, 2.7].
- (12) **Äußere Potenzen und Adams-Operationen** LARS BORUTZKY
 19.01.2012 [Ati67, Seiten 117-119, 135-136].
- (13) **Hopf-Invariante und Divisionsalgebren** ROBERT MIJATOVIC
 26.01.2012 [Ati67, Seiten 136-137], [Hat, Seiten 59-62].

LITERATUR

- [Ati67] Michael F. Atiyah. *K-theory*. W. A. Benjamin, Inc., New York-Amsterdam, 1967.
- [BL] C. Bratzler and W. Lück. Topologische k-theorie. <http://131.220.77.52/lueck/data/k-theorieSS98.dvi>.
- [EHH⁺83] H.-D. Ebbinghaus, H. Hermes, F. Hirzebruch, M. Koecher, K. Mainzer, A. Prestel, and R. Remmert. *Zahlen*, volume 1 of *Grundwissen Mathematik [Basic Knowledge in Mathematics]*. Springer-Verlag, Berlin, 1983. Edited and with an introduction by K. Lamotke.
- [Hat] A. Hatcher. Vector bundles and k-theory. <http://www.math.cornell.edu/hatcher/VBKT/VBpage.html>.
- [Hus66] Dale Husemoller. *Fibre bundles*. McGraw-Hill Book Co., New York, 1966.
- [Kar78] Max Karoubi. *K-theory*. Springer-Verlag, Berlin, 1978. An introduction, Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, Band 226.