



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky



Optimalizácia prepravy médií v potrubných systémoch

DIZERTAČNÁ PRÁCA

Mgr. Anton Sedliak

Študijný program: Aplikovaná matematika
Študijný odbor: 9-1-9 Aplikovaná matematika
Školiteľ: doc. RNDr. Rudolf Hajóssy, CSc.
Školiace pracovisko: Matematický ústav SAV

Bratislava

2016



Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

Meno a priezvisko študenta: Mgr. Anton Sedliak
Študijný program: aplikovaná matematika (Jednoodborové štúdium,
doktorandské III. st., denná forma)
Študijný odbor: aplikovaná matematika
Typ záverečnej práce: dizertačná
Jazyk záverečnej práce: slovenský
Sekundárny jazyk: anglický

Názov: Optimalizácia prepravy médií v potrubných systémoch
Optimization of the fluid transport in pipeline systems

Školiteľ: doc. RNDr. Rudolf Hajossy, CSc.
Rektorát, dekanát: FMFI.Dek - Dekanát

Spôsob prístupnosti elektronickej verzie práce:
bez obmedzenia

Dátum zadania: 01.09.2011

Dátum schválenia: 26.04.2016

prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.
garant študijného programu

študent

školiteľ

Moja veľká vďaka patrí môjmu školiteľovi doc. RNDr. Rudolfovi Hajóssymu, Csc. za obetavé vedenie v priebehu doktorandského štúdia, mnohé pripomienky a podporu. Rovnako patrí moja veľká vďaka mojej rodine za trpezlivosť a podporu a kolegom za vytvorenie vhodného pracovného prostredia pri písaní dizertačnej práce.

Anton Sedliak

Abstrakt

Autor: Mgr. Anton Sedliak
Názov dizertačnej práce: Optimalizácia prepravy médií v potrubných systémoch
Študijný program: Aplikovaná matematika
Školiteľ: doc. RNDr. Rudolf Hajóssy, CSc.

Cieľom pripravovanej práce je nájsť vhodnú metodológiu na riešenie vybraných optimalizačných úloh pri preprave médií v plynovodných potrubných systémoch. V tejto práci sú navrhnuté modifikácie algoritmov evolučných stratégií, pomocou ktorých je možné riešiť viaceré triedy optimalizačných úloh pri preprave plynu. Testovanie algoritmov bolo realizované pomocou softvérovej implementácie na modeli reálnej lineárnej tranzitnej sústavy.

Kľúčové slová: evolučné stratégie, plynovodné potrubné systémy, kvazistacionárny stav, stacionárny stav, stacionárna simulácia

Abstract

Author: Mgr. Anton Sedliak
Title of the thesis: Optimization of the Fluid Transport in Pipeline Systems
Study program: Applied Mathematics
Supervisor: doc. RNDr. Rudolf Hajóssy, CSc.

The purpose of this work is to design a suitable methodology to solve selected tasks from the field of gas transport optimization in pipeline systems. We have developed modifications of evolution strategy algorithms to solve optimization problems of gas transport. Testing of algorithms has been realized by software implementation on model of real linear transmission pipeline system.

Key words: evolution strategy, gas pipeline systems, quasi-steady state, steady state, stationary simulation

Predhovor

Oddelenie aplikovanej matematiky Matematického ústavu SAV, na ktorom sa pripravovala táto dizertačná práca, sa dlhodobo, od roku 1995, zaoberá riešením problémov medzinárodnej prepravy zemného plynu v spolupráci s prepravnou spoločnosťou *eustream*, a. s. (v minulosti divízia SPP Slovtransgaz, neskôr SPP–preprava, a. s.). Vytvorené riešenia sa už viac rokov využívajú pri optimalizácii zapojenia a nastavenia kompresorových staníc počas dennej prepravy. Nájdenie všeobecného a praktického nástroja pre riešenie všeobecnejších stacionárnych optimalizačných úloh stalo hlavným cieľom predkladanej práce.

Obsah

Úvod.....	viii
1. Modelovanie plynárenských potrubných systémov, modelovanie toku plynu	2
1.1. Čo je plynárenská sieť a ako ju budeme modelovať	2
1.1.1. Plynovod a jeho základné časti	3
1.2. Nástroje na riešenie úloh pri preprave plynu potrubnými systémami	7
1.2.1. Simulácia prúdenia plynu	8
1.2.2. Stacionárne optimalizačné výpočty	10
1.2.3. Dynamické optimalizačné výpočty	11
2. Optimalizačné metódy pre riešenie stacionárnych úloh.....	13
2.1. Optimalizačné metódy	13
2.2. Evolučné stratégie.....	16
3. Použitie evolučných stratégií na stacionárne optimalizačné problémy.....	23
3.1. Optimalizácia na energiu, cenu	24
3.2. Implementácia evolučných stratégií na optimalizáciu stacionárneho stavu	25
3.3. Maximálny prietok	30
3.4. Implementácia evolučných stratégií pre úlohy na maximálny prietok.....	33
3.5. Implementácia evolučných stratégií pre multikriteriálnu optimalizáciu	33
4. Numerické výsledky.....	38
4.1. Numerická analýza riadiacich parametrov algoritmu.....	39
4.1.1. Hľadanie minimálnej spotreby energie pre pevné prepravné podmienky.....	39
4.1.2. Maximálny prietok	45
4.2. Numerická analýza multikriteriálnych optimalizačných úloh	33
5. Bibliografia.....	53
6. Obrázková a tabuľková príloha	56
A. Úloha na minimálnu energiu	57
A1. Počet generácií	57
A2. Počet členov v každej generácii.....	65
A3. Vek rodičov	75
A4. Počiatočná hodnota parametra sigma	83
A5. Vynútené znižovanie parametra sigma	91
B. Úloha na maximálny prietok č. 1	101
B1. Počet generácií.....	101
B2. Počet členov v každej generácii	109
B3. Vek rodičov	122
B4. Počiatočná hodnota parametra sigma	129
B5. Vynútené znižovanie parametra sigma	138

Úvod

Podľa predpovedí renomovaných inštitúcií sa ukazuje, že zemný plyn bude jedným z najdôležitejších zdrojov energie blízkej budúcnosti. Či už sa pozrieme na predpovede International Gas Union [1], The European Union of the Natural Gas Industry [3], alebo správu U.S. Energy Information Administration [4], všetky predpovedajú približne lineárny rast spotreby zemného plynu. Percentuálne by malo ísť o nárast v rozmedzí približne 1 až 6 % za rok v závislosti od toho, či hovoríme o raste spotreby v domácnostiach, v priemysle alebo vo výrobe elektrickej energie zo zemného plynu. Nárast spotreby plynu logicky vedie k nárastu jeho ťažby a prepravy k zákazníkom čo v dôsledku znamená aj nárast celkových nákladov prepravy. O to dôležitejšou sa stáva otázka zlepšenia efektivity prepravy plynu.

V tejto práci sa budeme venovať niektorým vybraným optimalizačným úlohám pri preprave plynu potrubnými systémami. Budeme sa snažiť odpovedať hlavne na nasledujúce otázky:

- prečo sme si vybrali optimalizačnú metódu evolučných stratégií,
- prečo sme sa rozhodli pre niektoré jej špecifické modifikácie.

V prvej kapitole načrtneme základné prístupy pri matematickom modelovaní potrubného systému. V závere prvej kapitoly sa venujeme trom základným nástrojom pre riešenie úloh spojených s prevádzkou plynovodných potrubných systémov: simulácii prúdenia plynu, stacionárnym optimalizačným výpočtom a dynamickým optimalizačným výpočtom.

Druhá kapitola sa venuje optimalizačným metódam. V jej úvode sa venujeme všeobecnému popisu optimalizačnej úlohy a nástrojom na jej riešenie. V 2.1 pokračujeme popisom nástroja, ktorý sme si na riešenie vybraných úloh zvolili – evolučným stratégiám.

Tretia kapitola sa venuje implementácii evolučných stratégií na hľadanie riešenia niektorých vybraných typov úloh pri preprave zemného plynu potrubnými systémami. V podkapitole 3.1 zadefinujeme a popíšeme úlohu matematického programovania pre prvú skupinu úloh, ktoré budeme riešiť – minimalizačné úlohy. V tejto časti sú načrtnuté aj možnosti ako sa takéto úlohy zvyknú riešiť spolu s výhodami a nevýhodami týchto prístupov. Podkapitola 3.2 obsahuje popis implementácie evolučných stratégií na riešenie úloh popísaných v 3.1. Nasleduje časť 3.3, ktorá sa venuje druhej skupine vybraných úloh, ktorým sa v tejto práci venujeme – úlohám na maximálny prietok potrubným systémom. Tak, ako pri minimalizačných úlohách, aj tu najskôr úlohu zadefinujeme v zmysle matematického programovania a predstavíme niektoré možnosti riešenia takto definovanej úlohy spolu s výhodami a nevýhodami spomenutých prístupov. V podkapitole 3.4 popíšeme implementáciu evolučných stratégií na riešenie úloh na maximálny prietok. V podkapitole 3.5 predstavíme koncept multikriteriálnej optimalizácie a potrebné modifikácie pre našu metódu riešenia.

Štvrtá kapitola sa venuje výsledkom numerických testov. Najskôr bude analyzovať riadiace parametre nášho algoritmu na jednokriteriálnych optimalizačných úlohách. V závere štvrtej kapitoly predstavíme výsledky dosiahnuté našim algoritmom pre multikriteriálne optimalizačné úlohy.

V prílohe sú spracované výstupy numerických testov, o ktorých píšeme v štvrtej kapitole, zoradené podľa typu úlohy a testovaného riadiaceho parametra.

1. Modelovanie plynárenských potrubných systémov, modelovanie toku plynu

Vo všeobecnosti môžeme úlohy spojené s plynárenským priemyslom rozdeliť do viacerých tried [5]:

- *prieskum*: sú to úlohy spojené s hľadáním ložísk zemného plynu a s rozhodovaním o tom či sa v danej lokalite ťažiť bude, alebo nie.
- *ťažba*: sú to úlohy spojené s procesom ťažby plynu z podzemných, alebo podmorských ložísk.
- *produkcia*: sú to úlohy, ktoré treba riešiť bezprostredne po vytážení plynu z jeho ložísk, ako sú čistenie a filtrovanie, oddeľovanie jednotlivých zložiek a podobne.
- *transport*: tu ide o širokú škálu úloh spojených s prepravou spracovaného zemného plynu zo spracovateľských rafinérií k lokálnym distribútorom, od návrhu potrubných systémov až po ich optimálnu a bezpečnú prevádzku.
- *skladovanie*: sú to úlohy spojené s uskladnením zemného plynu.
- *distribúcia*: tieto úlohy popisujú procesy, ktoré dostanú plyn z tranzitných potrubných systémov alebo zásobníkov pomocou lokálnych sietí ku koncovému zákazníkovi.
- *marketing*: zahŕňa úlohy pri predaji a nákupe zemného plynu na svetových a lokálnych komoditných trhoch.

V tejto práci sa budeme venovať úlohám spojených s transportom zemného plynu. Plyn síce možno prepravovať napríklad v tankeroch alebo nákladných pramicách, prípadne v cisternách na kamiónoch alebo vlakoch v podobe LNG (*liquified natural gas*), MLG (*medium conditioned liquified gas*), alebo CNG (*compressed natural gas*), ale napríklad v prípade LNG to znamená prepravovať ho pri teplote približne -163°C . Navyše proces skvapalňovania a kondenzácie, ako aj výroba a prevádzka špeciálnych kryogenických tankerov alebo cisterien, je veľmi nákladná. Najpoužívanejším spôsobom je však preprava plynu pomocou potrubných systémov, o ktorých si povieme viac v nasledujúcej podkapitole.

1.1. Čo je plynárenská sieť a ako ju budeme modelovať

Vo všeobecnosti môžeme plynovodné potrubné systémy rozdeliť podľa účelu do troch skupín [5]: ťažobné, tranzitné a distribučné potrubné systémy. Rozdiely medzi nimi tvoria fyzikálne vlastnosti potrubí z ktorých sa skladajú, účel, za ktorým boli vybudované a fyzikálne vlastnosti médií v nich prepravovaných. Fyzikálne vlastnosti potrubí sú napríklad priemery potrubí, dĺžky potrubí, drsnosti potrubí, materiál, z ktorého sú potrubia vyrobené, ich izolácie a podobne. Napríklad ťažobné a tranzitné potrubia sú vyrobené z ocele, zatiaľ čo distribučné plynovody môžu byť z ocele, ale aj z umelých materiálov ako je napríklad polyetylén. Ak hovoríme o fyzikálnych vlastnostiach médií prepravovaných potrubnými systémami, používa sa delenie potrubných systémov podľa prevádzkových tlakov prepravovaného média. Podľa rozsahu prevádzkových tlakov môžeme plynovodné potrubné systémy rozdeliť do troch skupín. Nízkotlakové potrubné systémy sa prevádzkujú s tlakom zhruba do 5 kPa, strednotlakové približne v rozmedzí 5 kPa až 0,4 MPa a nakoniec vysokotlakové, kde je prevádzkový tlak nad 0,4 MPa.

Ťažobné potrubné systémy prepravujú vyťažený zemný plyn z vrtu do rafinérie, ktorá zvyčajne býva čo najbližšie k ťažobnému vrtu. Je to z toho dôvodu, že vyťažený plyn sa nachádza v stave takzvanej multifázy, čo je zmes plynu a kvapaliny v rôznych pomeroch často aj s prímiesami pevných častíc, čo značne komplikuje prepravu na väčšie vzdialenosti.

Úlohou *tranzitných potrubných systémov* je prepraviť veľké množstvo zemného plynu na veľké vzdialenosti, pričom často prechádza územiami viacerých štátov. Potrubné segmenty sa skladajú z dlhých oceľových potrubí s priemerom zhruba medzi 70 až 1400 mm. Aby bolo možné robiť nevyhnutné opravy a údržbu aj počas prevádzky, niekedy sa tranzitný potrubný systém stavia ako niekoľko paralelných potrubí, ktoré sú poprepájané každých niekoľko desiatok kilometrov. To umožní potrebný segment potrubia odstaviť z prevádzky, vykonať na ňom potrebné úkony a znova ho zapojiť do prevádzky, pričom samotná preprava zemného plynu nie je až natoľko obmedzená. Prepravu zemného plynu zabezpečujú kompresorové stanice, ktoré sú rozmiestnené pozdĺž tranzitných potrubných systémov. Túto úlohou realizujú zvyšovaním tlaku prepravovaného plynu pomocou kompresorov.

Distribučný potrubný systém zabezpečuje dopravu plynu z tranzitných potrubných systémov ku koncovým zákazníkom, ako sú malé a strední odberatelia a domácnosti. Skladá sa z malých až stredných potrubí zvyčajne o priemere od 50 do 500 mm vyrobených z ocele, liatiny alebo plastu. Zvyčajne sú zakopané v zemi pozdĺž komunikácii. Z bezpečnostných dôvodov sú prevádzkované pod úrovňou ich maximálnej kapacity a pri tlakoch zemného plynu v nich okolo 3,5 kPa až 1,3 MPa. Preto sú k tranzitným potrubným systémom pripojené takzvanou prepúšťacou regulačnou stanicou, v ktorej sa tlak plynu zníži na požadovanú bezpečnú hodnotu.

Každý z hore uvedených typov potrubných systémov má svoje špecifiká a s nimi spojené špecifické úlohy spojené z ich návrhom, výstavbou a prevádzkou. V tejto práci sa zameriame na úlohy spojené s potrubnými systémami, ktoré obsahujú aspoň jednu kompresorovú stanicu a používať budeme označenie plynovod alebo plynová potrubná sieť.

1.1.1. Plynovod a jeho základné časti

Základné prvky, z ktorých sa plynovod skladá, sú potrubia, kompresorové stanice, ventily, regulačné armatúry a v niektorých prípadoch aj zásobníky. Plynovod ako celok budeme modelovať orientovaným grafom G definovaným usporiadanou dvojicou

$$G = (V, H),$$

kde

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$$

je množina vrcholov, v tomto kontexte chápaných ako uzly potrubného systému a

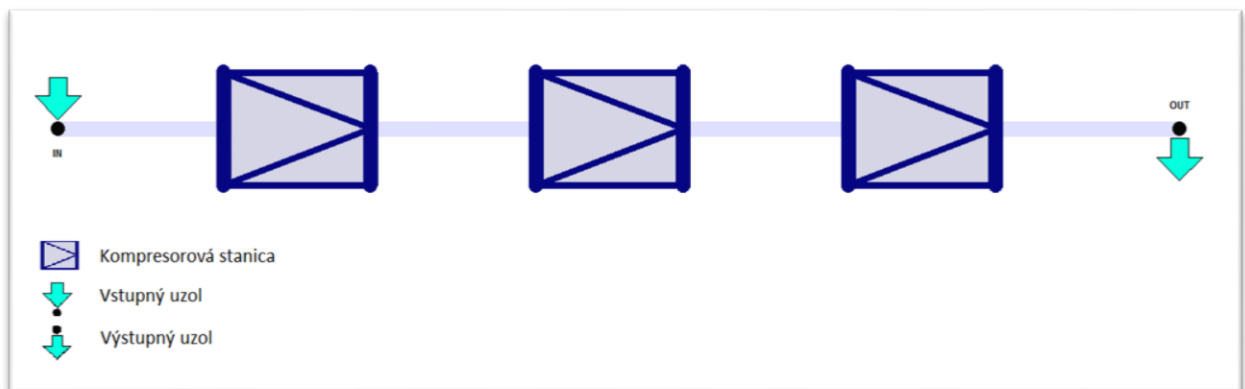
$$H = \{h_1, h_2, \dots, h_m\}$$

je množina hrán. Každá hrana spája práve dva vrcholy, pričom pripúšťame existenciu viacnásobných hrán. Je to preto, aby bolo možné modelovať napríklad paralelné potrubné segmenty, ktoré začínajú a končia v tých istých uzloch. To znamená, že hrana nemôže byť jednoznačne určená svojim vstupným a výstupným uzlom. Každá hrana zodpovedá nejakému prvku siete, ako je napr. potrubie, kompresorová stanica, regulačná armatúra, ventil a pod.

Každá hrana má parametre popisujúce fyzikálne parametre prvku siete, ktorú daná hrana zastupuje. Každý vrchol zodpovedá miestu v ktorom začínajú, alebo končia prvky siete.

Z pohľadu topológie budeme uvažovať tri typy potrubných systémov:

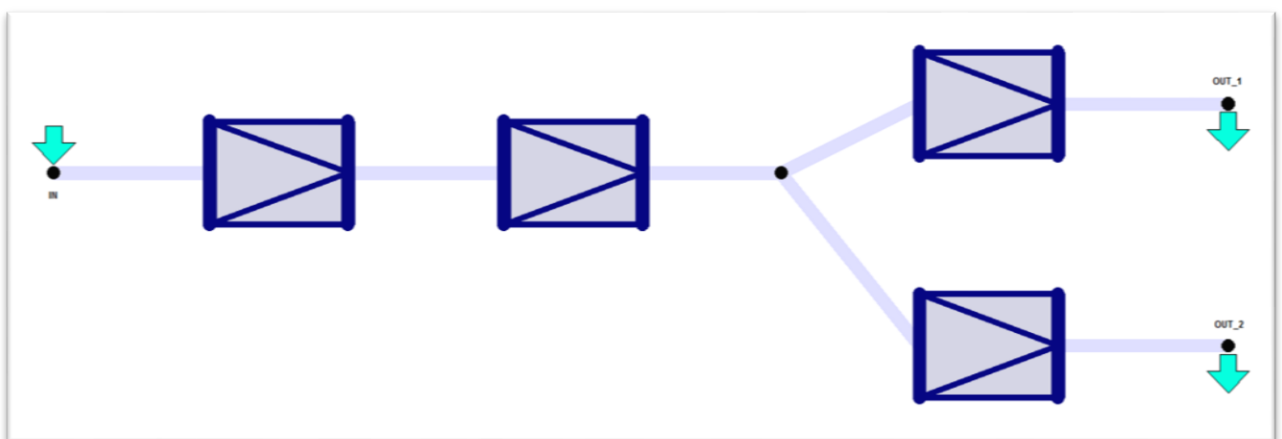
- Lineárna sieť (tzv. *gunbarrel*), je taký typ siete, ktorý spĺňa nasledujúce dve podmienky:
 - a) žiadna slučka neobsahuje kompresorovú stanicu;
 - b) existuje cesta grafom prechádzajúca každou kompresorovou stanicou, pričom ak ideme po tejto ceste, každá kompresorová stanica má rovnakú orientáciu.



Obrázok č. 1. Lineárna sieť.

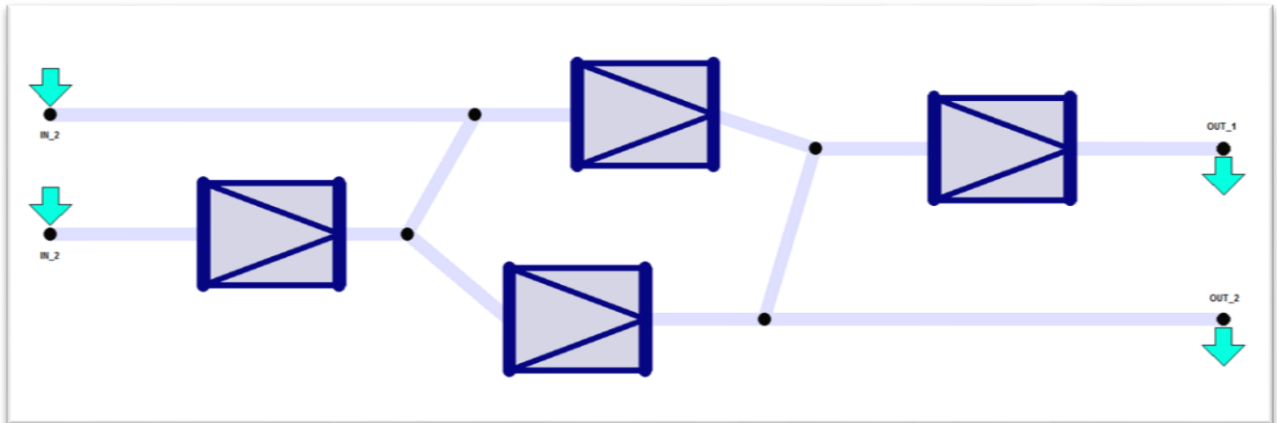
Poznámka: Pod pojmom orientácia kompresorovej stanice máme na mysli polohu vstupu do a výstupu z kompresorovej stanice voči okolitým hranám. Napríklad na obrázku č. 1 majú všetky tri kompresorové stanice rovnakú orientáciu zľava doprava. Inými slovami orientácia kompresorovej stanice nám hovorí ktorým smerom kompresorová stanica môže tlačiť plyn. Tiež to znamená, že ak je kompresorová stanica v prevádzke, tak je na výstupe vždy vyšší tlak, ako na vstupe.

- Stromová sieť je sieť, ktorá obsahuje kompresorové stanice na aspoň dvoch vetvách.



Obrázok č. 2. Stromová sieť.

- Cyklická sieť je taká sieť, ktorá má aspoň jednu slučku na ktorej je aspoň jedna kompresorová stanica.



Obrázok č. 3. Cyklická sieť

Potrubia

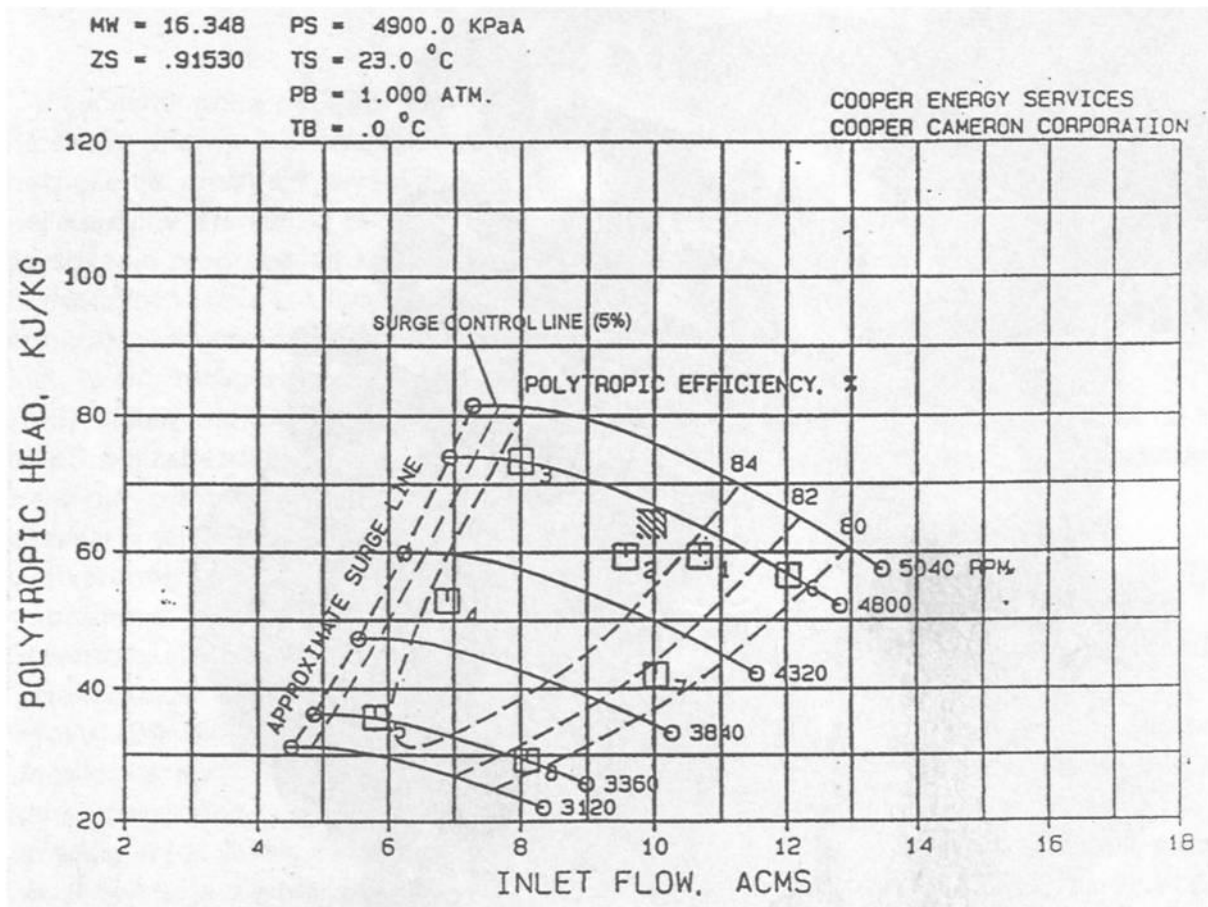
Potrubia v plynovodoch, ktorým sa budeme venovať v tejto práci, sú vyrobené z ocele, zvyčajne s priemerom 70 až 1400 mm. Potrebná hrúbka steny potrubia sa určí z priemeru potrubného segmentu, prevádzkových tlakov a medze pružnosti materiálu z ktorého je vyrobený. Potrubie býva uložené v zemi, približne 90 cm pod povrchom, v prípade podmorských plynovodov na dne mora alebo oceánu. Proti korózii je z vonkajšej strany chránené pasívnou a aktívnou ochranou. Pasívnu ochranu zabezpečuje vrstva z polyuretánu, alebo epoxidovej živice. Pri novších projektoch sa zvykne pasívna ochrana použiť aj z vnútra potrubných segmentov, kde okrem ochrannej funkcie znižuje aj drsnosť potrubia, čím znižuje náklady potrebné na prepravu plynu v takomto potrubí. O aktívnu ochranu sa stará takzvaná katódová ochrana. Jej podstata spočíva v tom, že sa kovu vnútri záporný elektrický potenciál voči okolitej zemi, pri ktorom sa zníži rýchlosť korózie.

Ak chceme vytvoriť dostatočne presný model potrubného segmentu a prúdiaceho plynu v ňom, musíme brať do úvahy množstvo parametrov. Základné fyzikálne potrubia sú dĺžka, polomer, drsnosť potrubia a výškový profil pozdĺž potrubia. Aby bolo možné dobre modelovať teplotu prúdiaceho plynu je potrebné modelovať prechod tepla do okolia, na čo musíme poznať parametre ako hrúbka steny potrubného segmentu, tepelná vodivosť, tepelná kapacita a hustota materiálu z ktorého je vyrobený daný potrubný segment. Rovnaké vlastnosti treba vedieť aj o vonkajšej a, ak je prítomná, tak aj o vnútornej izolácii. Navyše je potrebné poznať parametre aj o okolitom prostredí, teda pre pevninské plynovody sú to vlastnosti zeminy obklopujúcej potrubný segment, v prípade podmorských sú to vlastnosti morskej vody a dna.

Kompresorové stanice

Plyn v plynovodoch sa pohybuje z miest s vyšším tlakom smerom k miestu s nižším tlakom, prúdením plynu sa postupne jeho tlak pozdĺž potrubia znižuje. Preto musia byť pozdĺž plynovodu, najmä ak ide o tranzitný plynovod, na vhodných miestach rozmiestnené kompresorové stanice, ktorých úlohou je prúdiaci plyn znova stlačiť na požadovaný tlak a tak mu dodať energiu potrebnú na ďalšiu cestu potrubím. Samotnú kompresnú prácu vykonávajú odstredivé kompresory poháňané plynovými turbínami alebo elektromotormi s výkonom rádovo v 10-kách MW. V kompresorovej stanici sa zvyčajne nachádza viacero takýchto kompresorov, s rôznym výkonom, ktoré možno zapájať sériovo, paralelne alebo sériovo-paralelne. Potrebná kompresná práca sa riadi počtom a spôsobom zapojenia jednotlivých

kompressorov a ich otáčkami, ktoré sú určené počtom otáčok pohonov jednotlivých zapojených kompressorov. Z pohľadu prevádzky tranzitného plynovodu je kompresorová stanica kľúčovou súčasťou a súčasne aj jej prevádzka sa najväčšou časťou podieľa na prevádzkových nákladoch.



Obrázok č. 4. Diagram pracovnej oblasti kompresora. Na horizontálnej osi je objemový prietok plynu za sekundu, na vertikálnej osi je práca v kJ potrebná na stlačenie jedného kg plynu. Plné krivky reprezentujú konštantné otáčky pohonu kompresora, čiarkované krivky reprezentujú konštantné účinnosti pohonu kompresora.

Je teda veľmi dôležité vedieť ju dobre modelovať a vedieť nájsť optimálnu konfiguráciu pracujúcich kompressorov. Zvýšenie tlaku vyjadruje tzv. kompresný pomer, ktorý je určený pomerom výstupného tlaku plynu z kompresorovej stanice ku tlaku plynu na vstupe do kompresorovej stanice. Úlohou matematického modelu kompresora je, čo najpresnejšie a najefektívnejšie popísať pracovné charakteristiky kompresora, tzn. krivky konštantných otáčok a krivky konštantných účinností v diagrame pracovnej oblasti kompresora. Pod pojmom diagram pracovnej oblasti kompresora (obrázok 4) máme na mysli diagram dodaný výrobcom kompresora, alebo zostavený pomocou meraní, pri pevne stanovených podmienkach.

Regulačné armatúry

Úlohou regulačných armatúr je znížiť tlak prúdiaceho plynu na zadanú hodnotu. Zvyčajne sa nachádzajú v prepúšťacích staniách, ale nezastupiteľné sú aj v častiach kde sa vetví potrubná sieť, pretože sa nimi dá riadiť veľkosť tlakov alebo tokov v jednotlivých vetvách.

Ventily

Ďalším dôležitým prvkom siete sú ventily. Slúžia na zastavenie alebo umožnenie prúdenia zemného plynu potrubiami, pomocou nich je možné meniť topológiu siete. Pri tranzitných plynovodoch sú zvyčajne nainštalované v takzvaných traťových uzáveroch alebo kontrolných bodoch spolu aj s meracími zariadeniami. Množstvo ventilov sa nachádza aj v kompresorových staniciach, pomocou ktorých sa ku sieti pripájajú a odpájajú jednotlivé kompresory. Nájdeme ich samozrejme aj v prepúšťacích staniciach a v miestach vetvenia sa siete.

Pri modelovaní ventilu je dôležité vedieť pre aký druh výpočtu model bude slúžiť. Pri stacionárnych výpočtoch, teda výpočtoch keď uvažujeme, že termodynamické vlastnosti prúdiaceho plynu sa v čase nemenia, musíme zachovať nemennú aj topológiu siete. Preto stačí ventily modelovať len ako dvojstavové prvky siete, teda otvorený ventil, alebo zatvorený ventil. Pri dynamických výpočtoch naopak sa v čase môžu meniť nielen termodynamické vlastnosti prúdiaceho plynu, ale aj samotná topológia siete. V takom prípade je potrebné vedieť dobre modelovať priebeh otvárania a zatvárania sa ventilov.

Špeciálnym druhom ventilu je spätná klapka. Je to také zariadenie, ktoré dovoľuje prúdiť plynu len jedným smerom. Používa sa napr. v kompresorových staniciach pri štartovaní kompresorov.

Zásobníky

Zásobníky, alebo veľkokapacitné podzemné zásobníky zemného plynu, slúžia najmä na vyrovnávanie sezónnych výkyvov pri odbere plynu. V lete sa do nich plyn zvykne tlačiť a v zime naopak odčerpávať. Zvyčajne sa k tomuto účelu používajú vyťažené ložiská ropy, zemného plynu prípadne sa plyn natlačí do pórovitej horniny. Na tlačenie plynu do zásobníka a na jeho ťaženie zo zásobníka sa používajú, rovnako ako pri jeho preprave, kompresory. Navyše po vyťažení zo zásobníka je potrebné aby plyn prešiel obdobnými procedúrami ako pri jeho prvom vyťažení, pretože vyťažená zmes môže obsahovať vodu, kvapalné uhl'ovodíky a tuhé látky.

Pri matematickom modelovaní zásobníka môžu byť problémy zo získaním reálnych fyzikálnych parametrov, ako je jeho presná poloha, rozmery, či fyzikálne vlastnosti plynu v ňom uskladnenom, pretože tento sa môže nachádzať niekoľko sto, ale až niekoľko tisíc metrov pod povrchom.

1.2. Nástroje na riešenie úloh pri preprave plynu potrubnými systémami

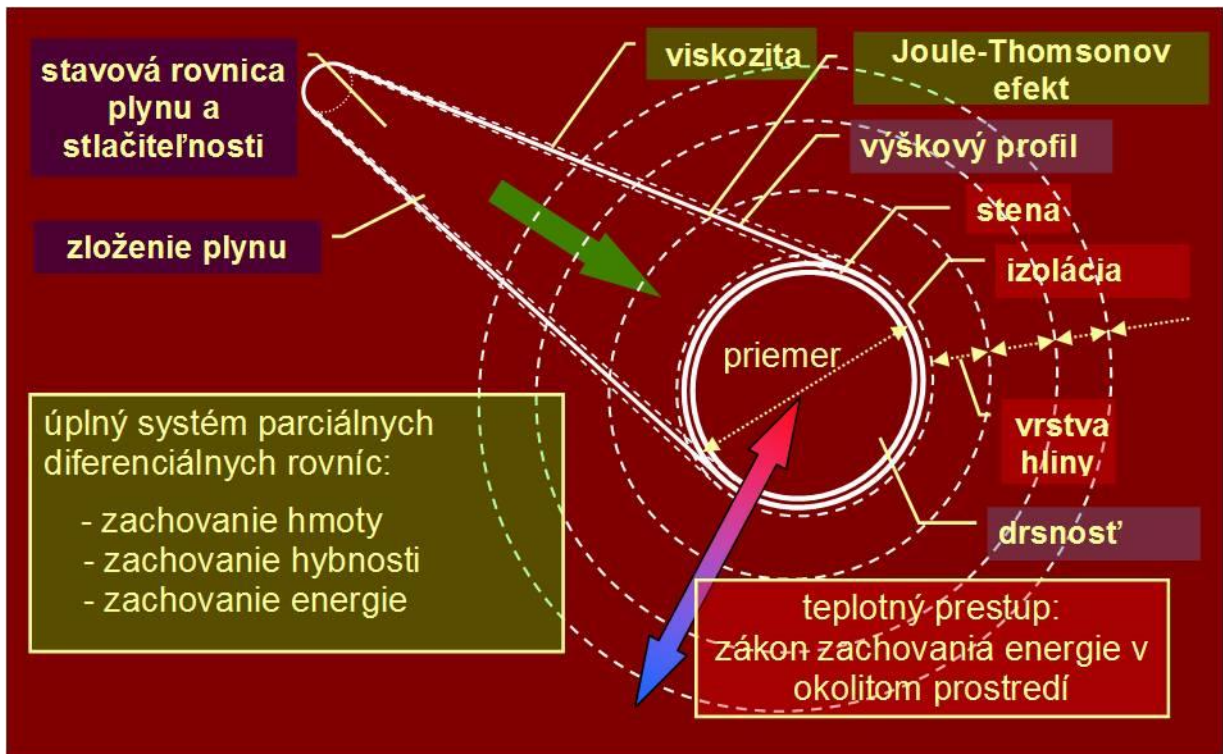
Vo všeobecnosti by sme mohli úlohy pri preprave zemného plynu plynovodom rozdeliť do dvoch, mierne sa prekrývajúcich množín: Strategické úlohy a prevádzkové úlohy. Pod strategickými úlohami máme na mysli úlohy ako návrh a výstavba plynovodného potrubia, dlhodobé plánovanie, plánovanie odstávok a podobne. Prevádzkovými úlohami máme skôr na mysli úlohy spojené s každodennou prevádzkou ako je monitorovanie prepravy, simulácia krátkodobých dôsledkov zásahov dispečingu alebo optimálne nastavenie kompresorovej stanice. Ak opomenieme skúsenosti človeka nadobudnuté praxou, najčastejšie a najrobustnejšie nástroje na riešenie týchto úloh sú tri: simulácia, stacionárna optimalizácia a prechodová alebo dynamická optimalizácia.

1.2.1. Simulácia prúdenia plynu

Simulácia prúdenia plynu potrubným systémom je počítačový model toho čo sa v potrubnom systéme odohráva, alebo by sa mohlo odohrávať. Simulácie delíme na stacionárne a dynamické. O stacionárnej simulácii hovoríme ak sa fyzikálne veličiny popisujúce prepravu plynu v čase nemenia. Vzhľadom na matematický model to znamená, že neberieme do úvahy časovo premenné zložky matematického modelu popisujúceho prúdenia plynu potrubným systémom. Aj keď počas reálnej prevádzky sa prúdiaci plyn v potrubnom systéme nikdy nenachádza v stacionárnom stave, je výhodne, aby sa nachádzal aspoň vo veľmi blízkom stave, čo sa aj často deje. Takýto stav reálneho prúdiaceho plynu, ktorý je v stave blízkom stacionárnemu, nazývame kvazistacionárny stav plynu a simulácia stacionárneho stavu ho celkom dobre aproximuje. O dynamickej simulácii hovoríme vtedy, ak pomocou takejto simulácie vieme modelovať aj časové zmeny fyzikálnych veličín popisujúcich prepravu plynu.

Stacionárne aj dynamické simulácie slúžia ako základný nástroj rôznorodnej škály optimalizačných metód pri preprave plynu plynovodmi. Využitie nájdú v oblasti tréningu dispečerov prevádzky, pri overovaní parametrov návrhu nových potrubných systémov, pri odhaľovaní hraničných možností existujúcich, alebo novo navrhnutých potrubných systémov, ale napríklad aj pri monitorovaní prevádzky a v nástrojoch na detekciu únikov. Uplatnenie si nájdú aj pri strategickom plánovaní a využiť ich dokážu aj obchodníci s plynom ako komoditou pri plánovaní svojej stratégie na komoditných trhoch. Pri zostrojovaní matematického modelu prúdenia plynu potrubným systémom, obzvlášť pri jeho počítačovej implementácii, musíme mať na zreteli jeho praktické používanie. Máme tým na mysli snahu nájsť kompromis medzi presnosťou modelu a náročnosťou na výpočtový čas.

Takzvaný kompletný model jednorozmerného prúdenia reálneho plynu potrubným systémom je popísaný trojicou parciálnych diferenciálnych rovníc (s premennými, ktoré reprezentujú vzdialenosť x pozdĺž jednotlivých potrubných segmentov a čas t) a sústavou rovníc popisujúcich termodynamické vlastnosti prúdiaceho plynu, steny potrubia, a obklopujúcej zeminy. O jednorozmernom modeli môžeme hovoriť pretože po prvé: priemer potrubných segmentov voči ich dĺžke je zanedbateľný; po druhé: polomery zakrivenia potrubných segmentov sú voči ich polomerom omnoho väčšie a nakoniec vďaka turbulentnému prúdeniu je možné považovať rýchlostný profil prúdenia plynu v potrubnom segmente vzhľadom na prierez potrubného segmentu za konštantný. Spomínaný systém troch diferenciálnych rovníc reprezentujú tri zákony zachovania.



Obrázok č. 5. Úplný model jednorozmerného prúdenia reálneho plynu potrubným segmentom

Zákon zachovania hmotnosti (rovnica spojitosti):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial x} = 0.$$

Zákon zachovania hybnosti :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v^2)}{\partial t} = -\frac{\partial P}{\partial x} - \lambda \left(\frac{\rho v |v|}{2D} \right) - \rho g \frac{\partial z}{\partial x},$$

Zákon zachovania energie v prúdiacom plyne:

$$\frac{\partial \left(\frac{\rho v^2}{2} + \rho h + P + \rho g z \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(\rho v \left(\frac{v^2}{2} \right) + h + g z \right)}{\partial x} = -\frac{\alpha_{\text{plynu}} (T - T_{st}) \pi D l}{S l},$$

kde ρ je hustota plynu, v – rýchlosť plynu, P – tlak plynu, h – entalpia plynu, T a T_{st} sú teplota plynu a teplota steny potrubia, α_{plyn} je koeficient prechodu tepla v plyne, z – nadmorská výška potrubia, D – priemer potrubia, l – dĺžka potrubia, S – prierez potrubia, λ je súčiniteľ trenia (hydraulického odporu potrubia) závislý od Reynoldsovho čísla turbulentne prúdiaceho plynu a od drsnosti potrubia.

V uvedených rovniciach popisujúcich tri zákony zachovania prúdiaceho reálneho plynu vystupuje päť neznámych ρ , P , T , h , v , ktoré popisujú prúdiaci plyn a neznáma teplota steny potrubia T_{st} . Aby sme tento systém vedeli riešiť, potrebujeme ďalšie rovnice, ktoré obsahujú vzťahy medzi týmito neznámymi. K tomuto účelu nám poslúžia termodynamické vlastnosti prúdiaceho plynu.

Stavová rovnica reálneho plynu:

$$P = Z\rho RT,$$

kde R je plynová konštanta a Z je kompresibilita plynu.

Termodynamická závislosť pre entalpiu reálneho plynu:

Po uvážení funkčných termodynamických závislostí pre mernú energiu ε a entalpiu $h(T,P) = \varepsilon + P/\rho$ bude zmenu entalpie určovať vzťah

$$dh = \frac{\partial h}{\partial T} dT + \frac{\partial h}{\partial P} dP = c_p dT - c_p \mu_p dP,$$

kde tepelná kapacita $c_p(P,T) = h_T$ a μ_p je Jouleov-Thomsonov koeficient plynu pri konštantnom tlaku.

Pre získanie vzťahu pre neznámu teplotu potrubnej steny zostavíme rovnicu zachovania energie v potrubnej stene:

Zákon zachovania energie v potrubnej (ocelovej) stene:

$$\rho_{st} c_{st} \pi D_{st} \frac{\partial T_{st}}{\partial t} = \alpha_{plyn} (T - T_{st}) \pi D_{rúra} - \alpha_{pôda} (T_{st} - T_{pôda}) \pi D_{rúra},$$

charakterizujú hustota ρ_{st} , tepelná kapacita c_{st} , priemer $D_{rúra}$, hrúbka steny d_{st} , pôdu charakterizuje teplota $T_{pôda}$ a koeficient prestupu tepla $\alpha_{pôda}$. Táto rovnica platí pre potrubie zhotovené z homogénneho materiálu s tepelnou kapacitou c_{st} . Ak chceme mať presnejší zákon zachovania energie, musíme uvažovať viaceré vrstvy potrubnej steny s ich hrúbkami a tepelnými kapacitami. V zákone zachovania energie pre potrubnú stenu vystupuje nová neznáma $T_{pôda}$. Pre jej určenie použijeme zákon zachovania energie v okolitej zemine. O zmene teploty v n -tej vrstve zeminy o hrúbke d_n rozhoduje prítok tepla z jednotkovej plochy predchádzajúcej $n-1$ vrstvy a odtok tepla do nasledujúcej $n+1$ vrstvy.

Zákon zachovania energie v n -tej vrstve zeminy obklopujúcej potrubie:

$$\rho_{pôda} c_{pôda} D_n \frac{\partial T_n}{\partial t} = \alpha_{pôda} (T_{n-1} - T_n) - \alpha_{pôda} (T_n - T_{n+1}) = \alpha_{pôda} (T_{n-1} - 2T_n + T_{n+1}),$$

kde $\rho_{pôda}$ je hustota pôdy, $c_{pôda}$ – tepelná kapacita pôdy, D_n – hrúbka n -tej vrstvy pôdy a $n = 1, \dots, N-1$, pričom $T_{n-1=0} = T_{st}$ a $T_{n+1=N} = T_{pôda}$.

Týmto sme stručne, skompletizovali úplný jednorozmerný model prepravovaného plynu. Tento model tvorí sústava zákonov zachovania pre turbulentne prúdiaci plyn, potrubnú stenu a okolitú zeminu, spolu s nevyhnutnými termodynamickými vzťahmi pre reálny plyn. Na nájdenie jednoznačného riešenia tohto systému parciálnych diferenciálnych rovníc sú nevyhnutné doplnujúce počiatkové a okrajové podmienky.

1.2.2. Stacionárne optimalizačné výpočty

Prevádzka potrubného systému je počas dvadsiatich štyroch hodín, takzvaného plynárenského dňa, určená kontrahovanými objemami a tlakmi plynu v odovzdávacích staniaciach. Znamená to, že na dohodnutých miestach, pre tranzitný plynovod sú to zvyčajne medzinárodné predávacie stanice, nesmie tlak plynu klesnúť pod nejakú dohodnutú, kontrahovanú, hranicu a počas plynárenského dňa musí týmto miestom pretiecť v súčte dohodnuté množstvo plynu.

Úlohou dispečingu prevádzky je potom zabezpečiť taký stav prepravného systému, aby boli tieto požiadavky splnené. A práve pri plnení tejto základnej úlohy, majú dispečeri okrem skúseností k dispozícii aj silný nástroj v podobe stacionárnych optimalizačných metód.

Stacionárne optimalizačné metódy dokážu nájsť taký režim riadiacich parametrov siete, že ak by v takomto režime bežala prevádzka celý plynárensky deň, boli by splnené požadované parametre prepravy. Navyše vie nájsť také nastavenie riadiacich parametrov siete, že nielenže budú splnené požadované objemy prepravy, ale pri danom nastavení to bude najmenej energeticky alebo cenovo náročné. Stacionárne optimalizačné metódy môžu pomôcť nájsť maximálnu alebo minimálnu možnú hodnotu akumulácie. Pojem akumulácie je veľmi dôležitým parametrom tranzitného potrubného systému. Ak si totiž uvedomíme, že plyn je stlačiteľný a dĺžky tranzitných potrubných systémov sú stovky až tisícky kilometrov, je zrejmé, že samotný potrubný systém je možné použiť ako zásobník a tým jednoducho vyrovnávať menšie výkyvy v dodávke do riadeného prepravného systému, alebo naopak výkyvy v odbere. Požiadavka minimálnej energetickej alebo cenovej náročnosti prevádzky pri súčasnej požiadavke aby v sieti bolo požadované množstvo akumulácie nás privedie k úlohám multikriteriálnej optimalizácie. Nemenej dôležitou úlohou, ktorú je možné riešiť pomocou nástrojov stacionárnej optimalizácie, je hľadanie maximálneho možného prietoku, tak aby boli dodržané všetky technologické obmedzenia a kontrahované tlaky. V druhej kapitole si povieme o niektorých vybraných úlohách a o niektorých stacionárnych optimalizačných metódach viac.

1.2.3. Dynamické optimalizačné výpočty

Dynamické optimalizačné výpočty (DOV) možno použiť na najširšiu škálu úloh. Simulácia nám síce napovie čo sa v sieti deje, ale ona samotná nám nenapovie, či je možné ju prevádzkovať lepšie. Stacionárne optimalizačné výpočty nám síce napovedia ako prevádzkovať plynovod optimálne, ale na otázku: „Ako sa k optimálnemu stavu priblížiť?“ nám neodpovedia. DOV okrem úloh spojených s hľadaním prechodu medzi dvoma stacionárnymi stavmi siete dokážu vyriešiť širokú škálu úloh spojených s prevádzkou plynovodu a najmä tranzitného potrubného systému.

Základná úloha, ktorú musí riadenie prevádzky tranzitného prepravného systému riešiť na dennej báze, je úloha nastavenia systému do denného režimu. Ako sme už spomenuli denným režimom máme na mysli objemy plynu, ktoré je potrebné, zvyčajne za 24 hodín, prepraviť predávacími stanicami. Optimálne nastavenie siete, optimálny denný režim, dokážeme spočítať aj nejakým spôsobom stacionárnej optimalizácie a potrebný prechod do takto získaného režimu je možné dosiahnuť automaticky pomocou nejakého typu regulátora. Tento prechod však určite nebude optimálny. DOV nám môžu odpovedať ako tento prechod realizovať čo najrýchlejšie, alebo čo najmenej energeticky náročne, prípadne čo najmenej energeticky náročne za stanovený čas a pod.

Niekedy je potrebné rýchlo reagovať na neočakávané zmeny. Veľký odberateľ napríklad potrebuje neočakávane odstaviť prevádzku, alebo naopak napr. veľká tepelná elektrárňa poháňaná plynovými turbínami musí nahradiť výpadok napríklad uhoľnej alebo vodnej elektrárne. Vtedy je potrebné vedieť rýchlo reagovať a dostať pomocou správnych riadiacich zásahov systém do stavu, kedy budú, pokiaľ to kapacity dovoľujú, všetky požiadavky uspokojené. Aj tu veľmi dobre poslúžia DOV.

DOV si nájdú širokú škálu uplatnení aj v oblasti strategického plánovania a vo finančných oddeleniach pri plánovaní obchodovania na komoditných trhoch. Dokážu riešiť problém

takzvaného „dobře informovaného brokera“, pomáhajú hľadať voľné kapacity, dokážu nájsť optimálnu kombináciu dodávateľov a odberateľov, pomáhajú i pri návrhu nových prepravných systémov a mnoho ďalších.

2. Optimalizačné metódy pre riešenie stacionárnych úloh

V tejto práci sa venujeme úlohám z plynárenskej praxe, ktoré je možné riešiť pomocou stacionárnych optimalizačných výpočtov. Menovite to budú tieto typy úloh:

- Optimalizácia plynovodného systému na minimálnu energiu (poprípade na minimálnu cenu, resp. minimálne náklady).
- Výpočet maximálneho prietoku plynovodným systémom.
- Úlohy multikriteriálnej optimalizácie (napr. určenie maximálneho prietoku sústavou súčasne pri zadanom celkovom množstve plynu v celej sústave a súčasne pri minimálnej spotrebe energie).

Podrobnejšej definícií spomínaných úloh sa budeme venovať neskôr. Teraz sa bližšie pozrieme na metódy ktoré možno použiť k riešeniu optimalizačných úloh.

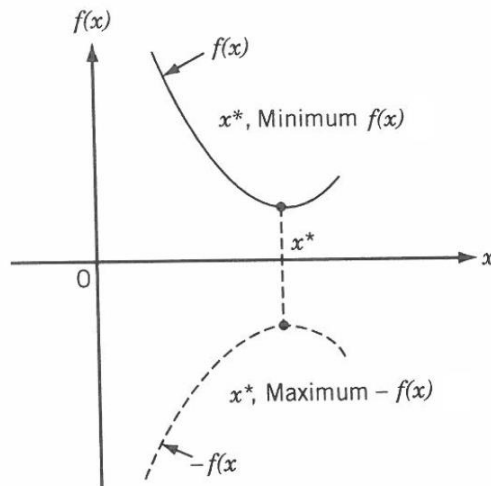
2.1. Optimalizačné metódy

Počiatky optimalizačných metód možno hľadať v období Newtona, Lagrangea a Cauchyho pri rozvíjaní diferenciálneho počtu, čo neskôr umožnilo Bernoullimu, Eulerovi, Lagrangeovi a Weirstrassemu zovšeobecniť tieto postupy pre hľadanie minima funkcionálov, známe pod pojmom variačný počet. Ďalší väčší rozvoj optimalizačných metód nastal až v 20. storočí a najmä od jeho druhej polovice s rozvojom výpočtovej techniky. Spomenúť môžeme napríklad John von Neumannovu prácu z roku 1928 z oblasti teórie hier, simplexovú metódu na riešenie úloh lineárneho programovania od Georga Dantziga z roku 1947 alebo princíp optimality pre dynamické programovanie od Richarda Bellmana z roku 1957. V posledných desaťročiach si veľkú popularitu získavajú moderné optimalizačné metódy, ktorých princípom je najmä modelovanie rôznych úspešných stratégií odpozorovaných z prírody, hlavne pre ich efektivitu pri riešení značne komplexných optimalizačných problémov.

Optimalizáciu môžeme definovať ako proces hľadania podmienok, pri ktorých sledovaný parameter dosiahne svoje maximum, alebo minimum. Sledovaných parametrov môže byť vo všeobecnosti aj viac, v takom prípade hovoríme o multikriteriálnej optimalizácii. Rozlišujeme dva druhy podmienok za ktorých hľadáme minimum alebo maximum sledovaného parametra:

- pevné podmienky, ktoré nazývame *pevné parametre optimalizačnej úlohy* (*pre-assigned parameters*),
- premenlivé podmienky, ktoré nazývame *vektorom premenných* (*design vector* alebo *decision vector*).

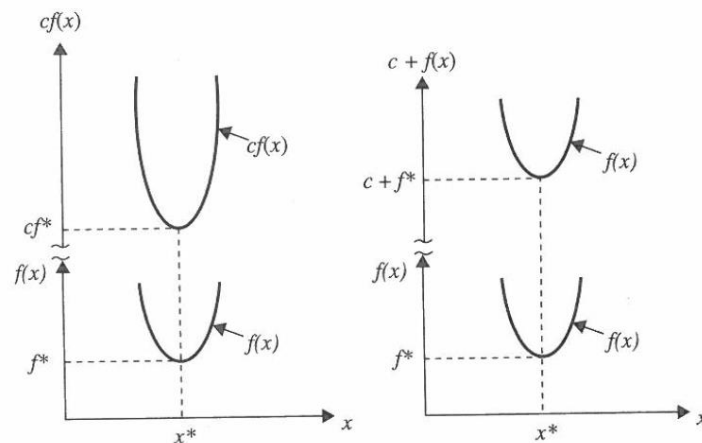
Funkciu, ktorá popisuje funkčnú závislosť sledovaného parametra vzhľadom na zmenu vektora premenných, nazývame *účelová funkcia* (*fitness function*). Je zrejmé, že bez straty všeobecnosti stačí uvažovať len minimalizáciu účelovej funkcie $f(\mathbf{x})$. Totižto maximum funkcie $f(\mathbf{x})$ je totožný s minimom funkcie $-f(\mathbf{x})$ (obrázok 6). Hľadaný bod, v ktorom účelová funkcia nadobúda svoje minimum alebo maximum nazývame *optimálne riešenie*.



Obrázok č. 6. Vynásobenie účelovej funkcie $f(x)$ konštantou -1 nezmení polohu optimálneho riešenia x^* .

Navyššie ani nasledujúce operácie s účelovou funkciou nezmenia optimálne riešenie:

- vynásobenie alebo delenie $f(x)$ kladnou konštantou c ,
- pripočítanie ľubovoľnej konštanty c k $f(x)$.



Obrázok č. 7. Vynásobenie účelovej funkcie $f(x)$ konštantou c (vľavo), alebo pripočítanie konštanty c (vpravo) k účelovej funkcie $f(x)$ nezmení polohu optimálneho riešenia x^* .

Optimalizačnú úlohu môžeme vo všeobecnosti zapísať v tvare:

Nájdite $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ také, že minimalizuje funkciu $f(\mathbf{x})$

za podmienok

$$g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

$$g_j(\mathbf{x}) \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, l,$$

$$g_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, p,$$

kde \mathbf{x} je vektor premenných, $f(\mathbf{x})$ je účelová funkcia, $g_i(\mathbf{x})$ a $g_j(\mathbf{x})$ sú ohraničenia s nerovnosťami a $g_k(\mathbf{x})$ sú ohraničenia s rovnosťou.

Pri multikriteriálnej optimalizácii uvažujeme účelovú funkciu v tvare vektorovej funkcie $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})]$, pričom jednotlivé zložky $f_i(\mathbf{x})$ reprezentujú jednotlivé kritéria multikriteriálnej optimalizácie. Len v zriedkavých prípadoch existuje \mathbf{x}^* , ktoré minimalizuje súčasne všetky účelové funkcie $f_i(\mathbf{x})$. Preto bol zavedený pojem Paretovo (niekedy aj Edgewort–Paretovo) optimálne riešenie [47], [48]. Povieme, že prípustné riešenie multikriteriálnej optimalizácie \mathbf{x} *dominuje* prípustnému riešeniu \mathbf{y} , ak pre $\forall i = 1, 2, \dots, k$ $f_i(\mathbf{x}) \geq f_i(\mathbf{y})$ a súčasne existuje aspoň jedno i také, že $f_i(\mathbf{x}) > f_i(\mathbf{y})$. Nech \mathbf{P} je podmnožina množiny prípustných riešení. Prípustné riešenie multikriteriálnej optimalizačnej úlohy, pre ktoré neexistuje prípustné riešenie z \mathbf{P} , ktoré by mu dominovalo, budeme nazývať *nedominované* vzhľadom na \mathbf{P} . Podmnožina všetkých nedominovaných riešení z množiny všetkých prípustných riešení sa nazýva *Paretova množina* (alebo množina Paretových optimálnych riešení) a obraz tejto množiny v priestore účelovej funkcie nazývame *Pareto front*.

Neexistuje všeobecná metóda, ktorá by riešila efektívne všetky optimalizačné problémy („*No free lunch theorem*“ [23]). Naopak, bolo zostrojených množstvo optimalizačných metód pre rôzne triedy optimalizačných úloh.

Jedným z najdôležitejších parametrov pre výber metódy je prítomnosť alebo absencia ohraničení. Máme tak dve skupiny optimalizačných úloh:

- *úlohy bez ohraničení,*
- *úlohy s ohraničeniami.*

Napr. ak úloha nemá žiadne ohraničenia môžeme použiť metódy voľnej optimalizácie, ak nejaké ohraničenia úloha má, musíme použiť metódy pre optimalizačné úlohy s ohraničeniami alebo previesť úlohu s ohraničeniami na úlohu bez ohraničení.

Výber metódy je veľmi závislý aj od štruktúry vektora premenných. Inú metódu volíme ak zložky vektora premenných sú reálne čísla a inú ak sú to prirodzené čísla, alebo nezávislé náhodné premenné. V závislosti od problému, prvkami vektora premenných môžu byť napríklad aj funkcie, operácie, ale napríklad aj geometrické tvary.

Ďalšie kritérium pre voľbu optimalizačnej metódy je povaha matematického modelu, popisujúca daný optimalizačný problém. Napríklad, ak je účelová funkcia a všetky ohraničenia lineárna, môžeme na riešenie úlohy použiť nejakú metódu na riešenie úloh lineárneho programovania. Ak je účelová funkcia diferencovateľná môžeme použiť niektorú z gradientných metód.

Proces hľadania optimálneho riešenia je zvyčajne iteračný proces. Na začiatku potrebujeme nejakého kandidáta na riešenie (prípadne množinu kandidátov na riešenie), budeme ho nazývať *počiatočným* alebo *štartovacím bodom*. Pomocou tohto štartovacieho bodu sa potom snažíme nájsť nového (alebo nových) kandidáta na riešenie, pokiaľ možno s lepšou hodnotou účelovej funkcie. Z nájdeného nového kandidáta na riešenie sa snažíme nájsť lepšieho kandidáta a takto dookola sa postupnosťou takýchto krokov snažíme hľadať lepších

kandidátov až dosiahneme optimálne riešenie, alebo sa k nemu aspoň dostatočne priblížime. Na základe tohto iteračného procesu môžeme optimalizačné metódy rozdeliť do dvoch tried:

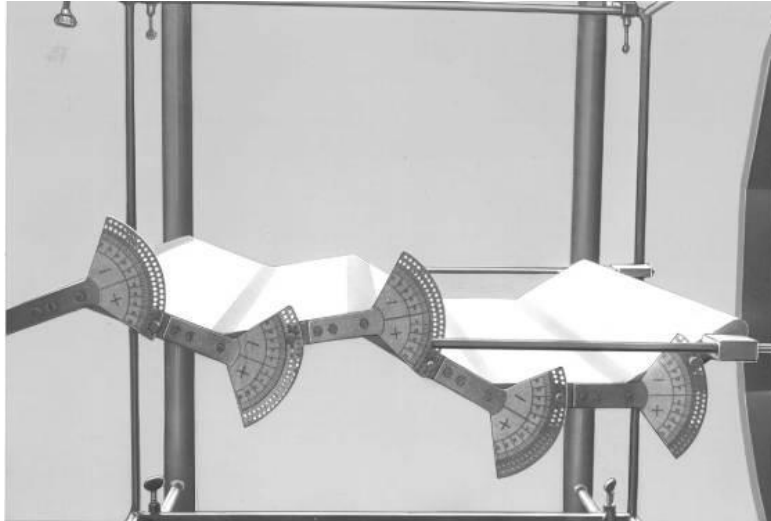
- *deterministické optimalizačné metódy,*
- *stochastické optimalizačné metódy.*

V princípe sa dá rozdiel medzi týmito triedami popísať nasledovne: ak deterministická metóda bude začínať iteračný proces z rovnakého štartovacieho bodu, vždy budú nasledovať rovnaké kroky, s rovnakými medzivýsledkami a dospeje vždy k tomu istému riešeniu. Do tejto skupiny patria klasické analytické metódy založené na diferenciálnom počte (gradientné metódy, metódy variačného počtu) a väčšina moderných metód matematického programovania (metódy vnútorného bodu, simplexová metóda, ...). Naopak stochastické metódy, i keď budú začínať s rovnakým štartovacím bodom a dokážu nájsť rovnaké optimálne riešenie, iteračný proces, ktorým sa k nemu dostanú bude pri každej realizácii vybranej metódy iný. Sem môžeme zaradiť moderné metódy ako genetické algoritmy, simulované žihanie, evolučné stratégie, diferenciálne evolúcie, swarm optimization, cuckoo search a mnoho ďalších.

Úlohy, ktoré budeme v tejto práci riešiť, sú značne komplexné a náročné. Navyše výber metódy pre ich riešenie je silne závislý od topológie siete, na ktorej daný problém chceme riešiť. Veľké množstvo algoritmov pre jednokriteriálnu stacionárnu optimalizáciu je založených na dynamickom programovaní ([27], [28], [29], [30]). Pre niektoré typy potrubných sietí poznáme algoritmy založené na gradientných metódach ([31]), zmiešanom celočíselnom lineárnom programovaní (*mixed integer linear programming*) ([32]), nelineárnom programovaní ([33]). V poslednej dobe si obľubu získavajú moderné stochastické optimalizačné metódy ako napríklad metóda kolónie mravcov (*ant colony method*) ([34]) alebo niektoré z metód genetických algoritmov. Úlohy multikriteriálnej stacionárnej optimalizácie boli riešené napr. pomocou sekvenčného kvadratického programovania (*sequential quadratic programming*) alebo genetickými algoritmi ([50]). V tejto práci používame jednu z moderných stochastických optimalizačných metód – evolučné stratégie.

2.2. Evolučné stratégie

Prví, ktorým sa pripisuje návrh a použitie evolučných stratégií, boli dvaja študenti Berlínskej technickej univerzity Hans-Paul Schwefel a Ingo Rechenberg v roku 1963. Oblasťou ich výskumu bolo hľadanie optimálnych tvarov telies pri obtekaní vzduchom v aerodynamickom tunely. V tej dobe to bol stále ešte experimentálny výskum. Spomínaní študenti sa však pokúsili do experimentov vniesť určitú stratégiu. Parametre tvaru telesa zoradili do vektora a zistili aerodynamický odpor telesa. Následne náhodne modifikovali všetky parametre v snahe napodobniť mutáciu v živej prírode a znova zistili aerodynamický odpor takto modifikovaného telesa. Ak odpor modifikovaného telesa nebol menší, skúsili nové náhodné modifikácie pôvodného telesa. Naopak, ak odpor modifikovaného telesa bol menší, stalo sa základom pre ďalšie modifikácie práve toto teleso. Tak sa objavilo prvé použitie evolučných stratégií, dnes označované ako (1+1)-ES.



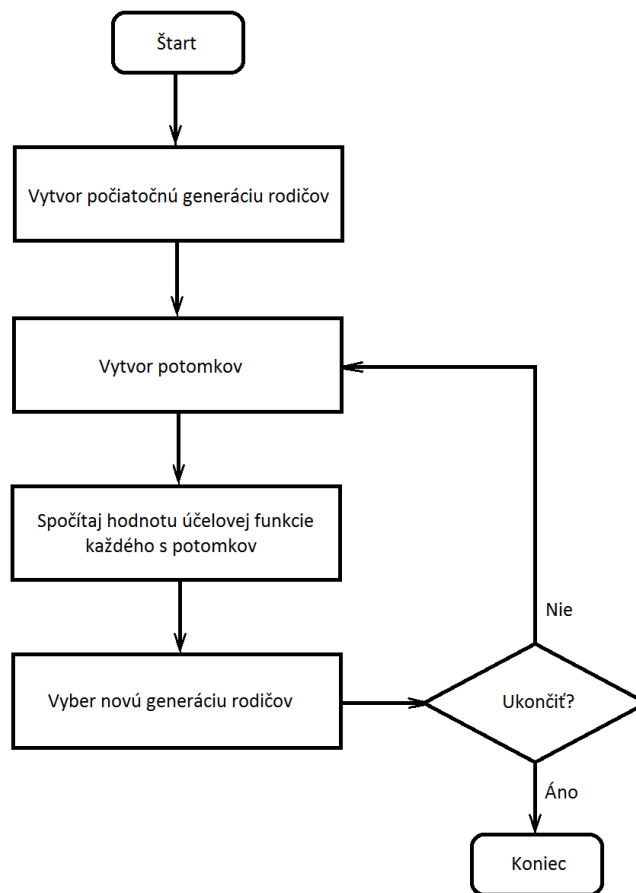
Obrázok č. 8. Schwefelov a Rechenbergov experiment v aerodynamickom tuneli. Vidíme tvar testovaného telesa. Parametrami boli uhly naklonenia telesa v piatich miestach. Naklonenie bolo realizovateľné v každom z piatich miest 51 diskretnými polohami. To znamená, že testované teleso, mohlo získať $51^5 = 345\,025\,251$ rôznych konfigurácií.

Evolučné stratégie patria medzi moderné stochastické optimalizačné metódy, tzv. populačné optimalizačné metódy. Podobne ako genetické algoritmy sa snažia simulovať Darwinove princípy evolúcie a prirodzeného výberu. Na rozdiel od genetických algoritmov, ktoré na reprezentáciu kandidátov na riešenie používajú binárny reťazec, evolučné stratégie kódujú kandidáta na riešenie pomocou vektorov reálnych čísel.

Prvá verzia evolučných stratégií (1+1)-ES (prvé číslo v označení typu evolučných stratégií označuje počet jedincov v každej populácii, druhé číslo označuje počet potomkov, ktorí budú v každej generácii vytvorení) pracovala s populáciou jedného jedinca a s jediným genetickým operátorom – mutáciou. Čo bolo revolučné oproti vtedy už celkom známym genetickým algoritmom, bola reprezentácia jedinca – kandidáta na riešenie, pomocou dvoch vektorov reálnych čísel $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$, $\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma} \in \mathbf{R}^n$. Vektor \mathbf{x} reprezentuje parametre kandidáta na riešenie, ktoré zvykneme označovať tiež ako *premenné parametre* alebo *atribúty* jedinca a $\boldsymbol{\sigma}$ je vektor štandardných odchýlok. Mutácia je realizovaná vzťahom:

$$\mathbf{x}^{t+1} = \mathbf{x}^t + N(0, \boldsymbol{\sigma}),$$

kde $N(0, \boldsymbol{\sigma})$ reprezentuje vektor náhodných čísel s Gaussovým rozdelením, so strednými hodnotami 0 a so štandardnými odchýlkami $\boldsymbol{\sigma}$. Takéto Gaussove rozdelenie je zvolené z dôvodu, že celkom dobre modeluje odpozorovaný biologický princíp, že menšie zmeny nastávajú častejšie ako väčšie zmeny. Ak potomok $(\mathbf{x}^{t+1}, \boldsymbol{\sigma})$ spĺňa všetky ohraničenia (ak nejaké sú), nahradí v populácii rodiča $(\mathbf{x}^t, \boldsymbol{\sigma})$ vtedy a len vtedy ak platí $f(\mathbf{x}^{t+1}) < f(\mathbf{x}^t)$ (uvažujeme minimalizáciu účelovej funkcie). V opačnom prípade sa na potomka zabudne a populácia zostane bezo zmeny. Ak poznáme optimálnu hodnotu účelovej funkcie, budeme proces mutácie a náhrady rodiča (jeden takýto cyklus budeme nazývať *generácia*) opakovať dokým túto hodnotu nedosiahneme, alebo sa jej dostatočne nepriblížime. Vo väčšine reálnych optimalizačných problémov je optimálna hodnota účelovej funkcie neznáma a preto sa musíme uspokojiť s podmienkou na ukončenie optimalizácie na „dostatočný počet generácií“ prípadne môžeme ukončenie riadiť zmenami hodnoty účelovej funkcie.



Obrázok č. 9. Vývojový diagram algoritmu evolučných stratégií.

Ako sme si mohli všimnúť, prvá verzia evolučných stratégií ((1+1)-ES) pracovala s pevným, počas evolučného procesu nemenným, vektorom štandardných odchýlok σ . Ak vektor štandardných odchýlok má všetky zložky rovnaké, teda platí $\sigma = (\sigma, \sigma, \dots, \sigma)$, a optimalizačný problém je regulárny, platí nasledujúca veta (dôkaz v [25]) :

Veta o konvergencii: Pre $\sigma > 0$ a regulárny optimalizačný problém s optimálnou hodnotou účelovej funkcie $f_{\text{opt}} > -\infty$ pre minimalizačnú úlohu, alebo $f_{\text{opt}} < \infty$ pre maximalizačnú úlohu platí:

$$p\{\lim_{t \rightarrow \infty} f(\mathbf{x}^t) = f_{\text{opt}}\} = 1.$$

Pričom optimalizačný problém je *regulárny*, ak:

- účelová funkcia je spojitá,
- definičný obor účelovej funkcie je uzavretá množina,
- pre každé $\varepsilon > 0$ je množina vnútorných bodov \mathbf{x} definičného oboru účelovej funkcie, pre ktoré platí $|f_{\text{opt}} - f(\mathbf{x})| < \varepsilon$, neprázdna množina,
- pre všetky \mathbf{x}^0 je množina bodov \mathbf{x} , pre ktoré platí $f(\mathbf{x}) \leq f(\mathbf{x}^0)$ (pre minimalizačnú úlohu, pre maximalizačnú úlohu bude nerovnosť opačná), uzavretá množina.

Veta o konvergencii hovorí, že evolučné stratégie typu (1+1)-ES pri dostatočne dlhom hľadaní nájdu optimálne riešenie s pravdepodobnosťou jedna. Nehovorí nám však nič o rýchlosti konvergence. Pre zlepšenie konvergenčných vlastností navrhol Rechenberg [25] heuristiku – *pravidlo 1/5 úspešnosti*.

K tomuto účelu sa definujú nové parametre:

k – počet generácií, po ktorých budeme kontrolovať „úspešnosť“ mutácií,

$\gamma(k)$ – pomer úspešných mutácií (mutácia, ktorej produktom je potomok s lepšou hodnotou účelovej funkcie ako rodič, z ktorého vznikol) ku všetkým mutáciám za posledných k -generácií,

$c_i > 1$ – koeficient pre zväčšenie štandardných odchýlok σ ,

$c_d < 1$ – koeficient pre zmenšenie štandardných odchýlok σ .

Samotné pravidlo 1/5 úspešnosti je nasledujúce: každých k generácií sa vypočíta hodnota $\gamma(k)$ a upraví sa hodnoty štandardných odchýlok nasledovne:

$$\sigma^{t+1} = \begin{cases} c_d \sigma^t, & \text{ak } \gamma(k) < \frac{1}{5}, \\ c_i \sigma^t, & \text{ak } \gamma(k) > \frac{1}{5}, \\ \sigma^t, & \text{ak } \gamma(k) = \frac{1}{5}. \end{cases}$$

Schwefel pri svojich experimentoch [25] používal hodnoty $c_d = 0,82$ a $c_i = 1,22 \cong \frac{1}{0,82}$. Z definície pravidla 1/5 úspešnosti je zrejماً myšlienka tejto heuristiky. Ak je úspešnosť mutácií väčšia, skúsime väčšie kroky. Naopak, ak je úspešnosť mutácií príliš malá, skúsime menšie kroky. Takýto postup síce zlepšil konvergenčné vlastnosti (1+1)-ES, ale mal za následok aj predčasnú konvergenciu (konvergencia metódy do lokálneho extrému) na niektorých triedach problémov, najmä ak účelová funkcia bola multimodálna. Toto zistenie ale viedlo ku vylepšeniu metódy pomocou zväčšenia populácie. Vďaka tomuto vylepšeniu sa vylepšila schopnosť metódy prehľadávať priestor kandidátov na riešenie a navyše umožnilo to použiť ďalší evolučný operátor – *križenie*.

Postupne vznikali modifikácie evolučných stratégií:

– $(\mu + 1)$ -ES: Populácia sa skladá s $\mu > 0$ jedincov. Pri tvorbe potomka sa najskôr náhodne s populácie vyberú dvaja rodičia

$$(\mathbf{x}^1, \boldsymbol{\sigma}^1) = ((x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1), (\sigma_1^1, \sigma_1^1, \dots, \sigma_n^1)),$$

$$(\mathbf{x}^2, \boldsymbol{\sigma}^2) = ((x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2), (\sigma_1^2, \sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2)),$$

ktorí vyprodukovujú potomka

$$(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = \left((x_1^{q_1}, x_2^{q_2}, \dots, x_n^{q_n}), (\sigma_1^{q_1}, \sigma_1^{q_2}, \dots, \sigma_n^{q_n}) \right),$$

kde $q_i = 1$ alebo $q_i = 2$ s rovnakou pravdepodobnosťou pre každé $i = 1, 2, \dots, n$. Takéto kríženie nazývame *diskrétne*. Zaužívané je aj *aritmetické* kríženie. Nový potomok tak vznikne podľa vzťahu:

$$(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}) = \left(\left(\left(\frac{x_1^1 + x_1^2}{2} \right), \dots, \left(\frac{x_n^1 + x_n^2}{2} \right) \right), \left(\left(\frac{\sigma_1^1 + \sigma_1^2}{2} \right), \dots, \left(\frac{\sigma_n^1 + \sigma_n^2}{2} \right) \right) \right).$$

Potom je na nového potomka (bez závislosti od spôsobu kríženia) aplikovaná mutácia

$$(\mathbf{x}', \boldsymbol{\sigma}), \quad \text{kde } \mathbf{x}' = \mathbf{x} + N(0, \boldsymbol{\sigma}).$$

Takto získame $\mu + 1$ jedincov, z ktorých vyberieme (vzhľadom na hodnotu účelovej funkcie) μ najlepších. Títo jedinci budú tvoriť novú generáciu, z ktorej sa náhodným výberom vyberie nová dvojica rodičov, ktorí vytvoria nového potomka a to sa opakuje až do splnenia podmienky na ukončenie optimalizácie.

– $(\mu + \lambda)$ -ES: táto modifikácia je založená na populácii $\mu > 1$ jedincov. Z týchto jedincov sa vyberie $\lambda > 1$ rodičovských párov, z ktorých sa vytvorí λ potomkov. Na týchto λ potomkov sa ešte aplikuje operátor mutácie a na základe hodnoty účelovej funkcie sa zo všetkých $\mu + \lambda$ jedincov vyberie μ najlepších, ktorí budú tvoriť novú generáciu.

– (μ, λ) -ES: zásadný rozdiel oproti modifikácii $(\mu + \lambda)$ -ES je v tom, že novú generáciu bude tvoriť μ najlepších potomkov, ktorí boli vytvorení za pomoci $\lambda > \mu$ rodičovských párov. Do každej novej generácie sa dostanú len noví potomkovia. Nerovnosť $\lambda > \mu$ zaručuje selekčný tlak.

Posledne spomínané modifikácie evolučných stratégií, $(\mu + \lambda)$ -ES a (μ, λ) -ES, majú jednu spoločnú vlastnosť. Tu sa už predmetom evolúcie stáva aj vektor štandardných odchýlok. Doteraz vektor štandardných odchýlok $\boldsymbol{\sigma}$ bol konštantný, prípadne sa menil podľa pravidla 1/5 úspešnosti. Teraz, ak po diskrétnom alebo aritmetickom krížení dostaneme potomka $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$, najskôr použijeme operátor mutácie na vektor štandardných odchýlok

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} e^{N(0, \Delta\boldsymbol{\sigma})}, \quad (1)$$

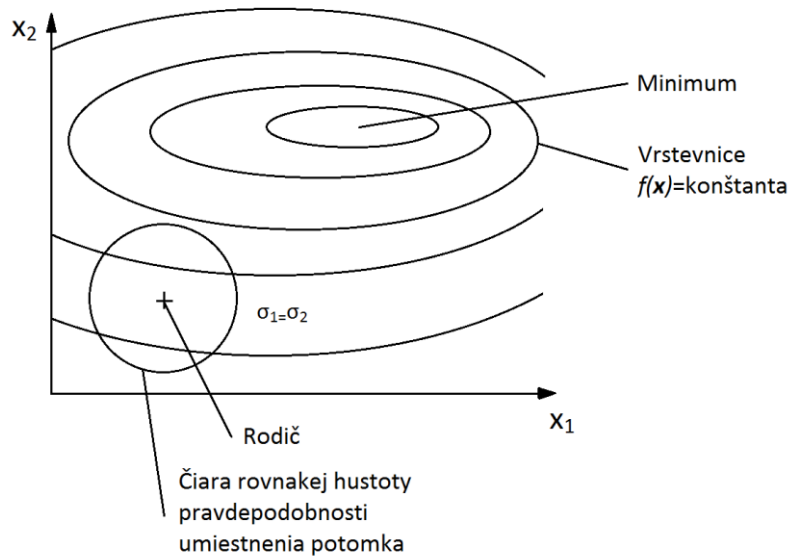
kde $\Delta\boldsymbol{\sigma}$ je parameter metódy, ktorý Schwefel odporúča nastaviť na hodnotu $\Delta\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{n}}}$, kde n je počet premenných parametrov jedinca. Potom operátor mutácie použijeme na samotné parametre kandidáta na riešenie

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + N(0, \boldsymbol{\sigma}'), \quad (2)$$

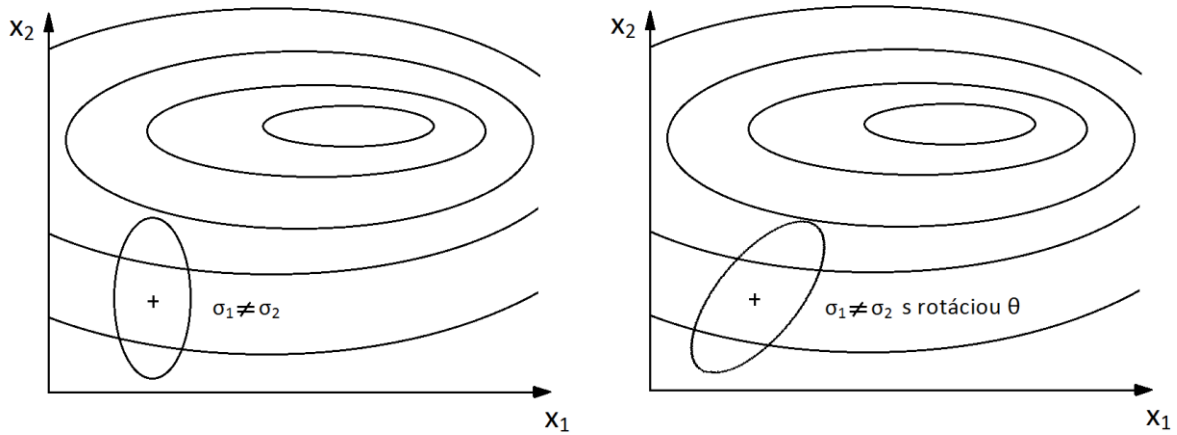
čím získame potomka $(\mathbf{x}', \boldsymbol{\sigma}')$. Takéto prístupy, keď riadiaci parametre optimalizačnej metódy (v našom prípade je to vektor štandardných odchýlok $\boldsymbol{\sigma}$) sa v priebehu optimalizácie podľa potreby mení, nazývame *samoadaptívne* („self-adaptive“) metódy.

Spomeňme ešte jednu modifikáciu, ktorú predstavil Schwefel v [25]. Pre zlepšenie rýchlosti konvergencie evolučných stratégií zaviedol parameter $\boldsymbol{\theta}$. Účel nového parametra výstižne popisujú obrázky č. 10 a č. 11. V prípade, že všetky štandardné odchýlky majú rovnakú hodnotu, vrstevnice s rovnakou hustotou pravdepodobnosti výskytu nového potomka tvoria sféry, v ktorých strede leží rodič. Ak štandardné odchýlky majú rôzne hodnoty, vrstevnice s rovnakou hustotou pravdepodobnosti výskytu nového potomka tvoria povrchy elipsoidov so

stredom v rodičovi. Polosi týchto elipsoidov budú vždy rovnobežné zo súradnicovými osami. Cieľom je pootočiť elipsoid tak, že najdlhšia polos elipsoidov bude ležať na jedenej priamke s bodom, v ktorom účelová funkcia nadobúda hľadaný globálny extrém. Pootočené je realizované kovariančnou maticou \mathbf{A} , ktorú zostrojíme pomocou zložiek vektora $\boldsymbol{\theta}$. Každého jedinca bude reprezentovať trojica vektorov $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta})$, kde vektor $\boldsymbol{\theta}$ má $\frac{n(n-1)}{2}$ zložiek, ktoré



Obrázok č. 10. Tvar vrstevnice hustoty pravdepodobnosti výskytu nového jedinca ak sú hodnoty smerodajných odchýlok rovnaké.



Obrázok č. 11. Tvar vrstevnice hustoty pravdepodobnosti výskytu nového jedinca ak hodnoty smerodajných odchýlok nie sú rovnaké (vľavo) a pootočenie vrstevníc hustoty pravdepodobnosti výskytu nového jedinca o uhol θ ak hodnoty smerodajných odchýlok nie sú rovnaké (vpravo).

reprezentujú uhly medzi polosami elipsoidov a pre ktoré platí $-\pi < \theta_{ij} \leq \pi$. Pre maticu \mathbf{A} platí:

$$\mathbf{A} = \prod_{\substack{i \in \langle 1, n-1 \rangle \\ j \in \langle i+1, n \rangle}} \mathbf{A}^{ij} ,$$

kde matica \mathbf{A}^{ij} je jednotková matica okrem štyroch prvkov pre ktoré platí:

$$a_{ii}^{ij} = a_{jj}^{ij} = \cos \theta_{ij} ,$$

$$a_{ij}^{ij} = -a_{ji}^{ij} = -\sin \theta_{ij} .$$

Mutácia jedinca reprezentovaného trojicou $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\theta})$ bude realizovaná v troch krokoch:

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} e^{N(0, \Delta\sigma)} ,$$

$$\boldsymbol{\theta}' = \boldsymbol{\theta} + \boldsymbol{\beta} N(0, 1) ,$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \mathbf{A}' N(0, \boldsymbol{\sigma}') ,$$

kde parameter $\boldsymbol{\beta} \in \mathbf{R}^{\frac{n(n-1)}{2}}$ a hodnoty všetkých jeho zložiek Schwefel odporúča nastaviť na hodnotu 0,083 ($\approx 5^\circ$ v radiánoch).

3. Použitie evolučných stratégií na stacionárne optimalizačné problémy

Náš principiálny prístup k hľadaniu optimálneho riešenia spomínaných úloh je založený na rozložení hľadania optima do dvoch úrovní: lokálnej – optimalizácia jednej kompresorovej stanice a globálnej – optimalizácia potrubnej siete ako celku. Tieto dve úrovne nás vedú k rozdeleniu riešenia optimalizácií na

- deterministickú časť, prezentovanú stacionárnou simuláciou
- stochastickú časť, konkrétne v našom prípade evolučné stratégie, využívajúcu výsledky deterministickej časti na priradenie hodnoty účelovej funkcie kandidátovi na riešenie.

Stochastické evolučné metódy budú používať stacionárne simulácie ako veľmi zložitú a komplexnú účelovú funkciu. Aby ich mohli tieto metódy používať ako čiernu skrinku, musia tieto stacionárne simulácie splňať pre naše účely viaceré kritériá:

Stacionárna simulácia musí vedieť spočítať stacionárny stav po zadaní

- okrajových tlakových resp. prietokových podmienok, teplota sa zadáva na vstupných (tlakových aj prietokových) uzloch
- tlakových obmedzení na prietokových okrajových podmienkach, v prípade potreby aj tlakových obmedzení na vnútorných uzloch siete
- kompresných pomerov na každej kompresorovej stanici
- výkonových obmedzení pohonov jednotlivých kompresorov

Ak sú zadania také, že existuje stacionárny stav, ktorý ich realizuje, po výpočte budeme požadovať, aby bola každá kompresorová stanica optimalizovaná vzhľadom na zadané minimalizačné kritérium stacionárnej simulácie (spotreba energie, plynu na pohon alebo celkové prevádzkové náklady). To znamená, že budú určené počty, zapojenia a otáčky idúcich kompresorov na každej kompresorovej stanici. Predpoklad vyplýva z toho, že požiadavka dodržania zadaného kompresného pomeru nie je jednoznačná – pre dostatočne zložitú kompresorovú stanicu existuje zvyčajne viacero rôznych zapojení kompresorov v kompresorovej stanici, pri ktorých má táto stanica zadaný kompresný pomer, optimalizácia na zadané kritérium nám poskytuje prirodzenú jednoznačnosť riešenia.

Ďalej, čas výpočtu stacionárnej simulácie musí byť, vzhľadom na veľké množstvo potrebných vyčíslení hodnotovej funkcie, dostatočne krátky.

Poznámka: Stacionárna simulácia teda optimalizuje zapojenie kompresorov na lokálnej úrovni, na úrovni kompresorovej stanice. Pre potreby tejto práce budeme však stacionárnu simuláciu považovať za čiernu skrinku, ktorá pre dané vstupné parametre (kompresné pomery, nastavenia regulátorov, stav ventilov a okrajové podmienky) zistí, či zadanie reprezentuje stacionárny stav a ak áno tento stav vráti ako výsledok. Zhrnieme len, že používame simuláciu založenú na úplnom jednorozmernom modeli turbulentného prúdenia plynu v potrubí. Jej implementácia je založená na modifikovanej Hardy-Cross metóde a dostatočná rýchlosť výpočtu bola dosiahnutá pomocou hierarchického zjednodušenia siete (tzv. multi-level network method) ([51]), ([52]). Základné rovnice a uvažované parametre simulácie boli predstavené v podkapitole 1.2.1.

Pri optimalizácii siete ako celku hľadáme také kompresné pomery všetkých kompresorových staníc a prípadných ďalších riadiacich parametrov prepravného systému (napr. nastavenie regulátorov alebo okrajových podmienok stacionárnej simulácie), aby sledovaný globálny parameter dosiahol optimálnu, prípadne optimu dostatočne blízku hodnotu.

3.1. Optimalizácia na energiu, cenu

Aby sme mohli dobre definovať minimalizačný optimalizačný problém (minimalizačným optimalizačným problémom tu budeme mať na mysli optimalizáciu siete na minimálnu spotrebu energie, minimálnu spotrebu technického plynu alebo na minimálnu cenu) je vhodné mierne upraviť grafový model siete, ktorý sme definovali v kapitole 1.1.1. Plynovod ako celok budeme stále modelovať orientovaným grafom G definovaným usporiadanou dvojicou

$$G = (V, H),$$

pričom množina hrán H bude zjednotením disjunktných množín hrán reprezentujúcich potrubia P a množiny hrán reprezentujúcich kompresorové stanice KS , teda $H = P \cup KS$ a súčasne $P \cap KS = \emptyset$. Symbolom H_{i+} budeme označovať množinu všetkých hrán, ktoré majú počiatok v uzle $i \in V$ a symbolom H_{i-} množinu všetkých hrán, ktoré končia v uzle $i \in V$. Premennými budú hmotnostný prietok plynu Q_k na každej hrane $k \in KS$, teda cez každú kompresorovú stanicu a tlak plynu P_i v každom uzle $i \in V$. Pre každý uzol poznáme hodnotu parametra Q_i . Ak hodnota $Q_i > 0$, uzlom i vstupuje plyn do siete, ak $Q_i < 0$, naopak uzlom i je dané množstvo plynu zo siete odoberané. Ak platí $Q_i = 0$, znamená to, že uzol i je len priechodný, teda cez neho do siete ani von zo siete neprúdi žiaden plyn. Pre každý tlak P_i existujú dopredu známe ohraničenia pre maximálny povolený tlak P_i^{\max} a minimálny povolený tlak P_i^{\min} . Pre každé potrubie $p \in P$ existujú parametre a_p a b_p , ktoré reprezentujú fyzikálne vlastnosti potrubia a média ním prepravovaného.

Ak predpokladáme, že preprava samotným potrubím netvorí ďalšie dodatočné náklady, hodnotu účelovej funkcie získame ako súčet hodnôt optimalizovaného parametra (energia, spotreba technického plynu, cena) na jednotlivých kompresorových staniaciach. Problém minimalizačného optimalizačného problému na reálnej plynovodnej sieti v stacionárnom stave môžeme zapísať v tvare matematického programovania:

$$\min \sum_{k \in K} f_k(Q_k, P_{k \text{ vstup}}, P_{k \text{ výstup}}), \quad (3)$$

kde $P_{k \text{ vstup}}$ je tlak vo vstupnom uzle k -tej kompresorovej stanice a $P_{k \text{ výstup}}$ je tlak vo výstupnom uzle k -tej kompresorovej stanice. Pomer $\frac{P_{k \text{ výstup}}}{P_{k \text{ vstup}}}$ je *kompresný pomer* a budeme ho označovať K_k . Minimum účelovej funkcie (3) budeme hľadať za podmienok:

$$\sum_{j \in H_{i-}} Q_j - \sum_{l \in H_{i+}} Q_l = Q_i, \quad \forall i \in V \quad (4)$$

$$P_p^2 \text{ vstup} - a_p P_p^2 \text{ výstup} = b_p Q_p |Q_p|, \quad \forall p \in P, \quad (5)$$

$$P_i \in (P_i^{\min}, P_i^{\max}), \quad \forall i \in V, \quad (6)$$

$$(Q_k, P_{k \text{ vstup}}, P_{k \text{ výstup}}) \in D_k \subset \mathbf{R}^3, \quad \forall k \in KS, \quad (7)$$

kde $f_k(Q_k, P_k \text{ vstup}, P_k \text{ výstup})$ je funkcia, ktorá pre dané parametre hmotnostného prietoku, vstupného a výstupného tlaku určí hodnotu optimalizovaného parametra kompresorovej stanice $k \in \mathbf{KS}$, $P_p \text{ vstup}$ je tlak vo vstupnom uzle hrany p , $P_p \text{ výstup}$ je tlak vo výstupnom uzle hrany p a D_k je prípustná pracovná oblasť kompresorovej stanice $k \in \mathbf{KS}$.

Podmienky (4) reprezentujú zákon zachovania toku (prvý Kirkhoffov zákon v obvodoch) v každom uzle. Totiž musí platiť, že suma všetkých tokov, ktoré do uzla vstupujú, sa musí rovnať sume tokov, ktoré z uzla vystupujú. Podmienky (5) reprezentujú vzťahy medzi tlakmi na začiatku a konci potrubí a prietokom stacionárne prúdiaceho plynu potrubiami. Podmienky (6) reprezentujú technologické obmedzenia v každom uzle, prípadne kontrahované tlaky v uzloch, ktoré reprezentujú odovzdávacie stanice. Nakoniec podmienky (7) zabezpečia, že daný kompresný výkon bude realizovateľný danou kompresorovou stanicou.

Riešiť úlohu (3)–(7) je ťažké, pretože ani účelová funkcia ani oblasti D_k nie sú konvexné. Navyše oblasti D_k musíme modelovať pomocou aproximácie empirických dát jednotlivých kompresorov získaných meraniami, prípadne dodaných výrobcom vo forme diagramu pracovnej oblasti kompresora (obrázok č. 4). Ďalším faktorom, ktorý určuje zložitosť problému je aj samotná topológia siete. Je dobre známe, že cyklické siete je zložitejšie riešiť než stromové alebo lineárne siete.

Wu ukázal v [35], že účelová funkcia (3) má typicky viacero lokálnych miním, čo tiež sťažuje riešenie úlohy pomocou metód matematického programovania. Napriek tomu existuje niekoľko prác, ktoré sa pokúšajú riešiť túto úlohu klasickými metódami. Napríklad Pratt a Wilson v [36] použili zmiešané celočíselné programovanie (*mixed integer linear programming*), Percel a Ryan [37] zovšeobecnenú redukovanú gradientnú metódu (*generalized reduced gradient method (GRG)*), alebo Flores-Villarreal a Ríos-Mercado, ktorí v [38] tiež použili GRG metódu na cyklické aj necyklické siete. Problémom týchto metód je však to, že model kompresorovej stanice musí byť príliš zjednodušený a tým nepresný.

Omnoho úspešnejšími sú prístupy založené na dynamickom programovaní (DP). Wong a Larson v roku 1968 publikovali práce [39], [40], kde ako prví použili DP na riešenie optimalizačného problému pre lineárne a stromové siete v stacionárnom stave. Prvý komerčne úspešný optimalizačný program pre siete so stromovou topológiou, založený na DP, vyvinul Zimmer [41] už v roku 1975. Pokusy riešiť pomocou DP aj úlohy s cyklickými sieťami boli inšpirované prístupmi z prác [42] a [43] z chemického inžinierstva. Ucelený prehľad vývoja a základné princípy možno nájsť v Carterovej práci [30]. Z pohľadu praxe sú metódy založené na DP veľmi vhodné a široko používané pre jednoduchšie problémy, najmä na lineárnych a stromových sieťach. Pri cyklických problémoch však čas potrebný na vyriešenie úlohy neúnosne narastá, a tak metódy založené na DP pri takýchto úlohách strácajú svoju najväčšiu výhodu.

3.2. Implementácia evolučných stratégií na optimalizáciu stacionárneho stavu

Ako sme uviedli v podkapitole 3.1, klasické metódy či metódy založené na dynamickom programovaní neposkytujú vždy v praxi použiteľný nástroj pre riešenie úloh na minimalizáciu energie (nákladov či ceny) ľubovoľne zložitej siete. Úloha matematického programovania (3)–(7) je nelineárna a nekonvexná. Navyše je potrebné v niektorých prípadoch aj značné zjednodušenie modelu kompresorových staníc, prípadne aj stacionárneho prúdenia potrubiami, čo nezvratne musí viesť k výsledkom, ktoré sa budú líšiť od reality. Aby sme sa

vyhli týmto problémom, zvolili sme iný prístup na riešenie takýchto úloh a to jednu z moderných stochastických optimalizačných metód – evolučné stratégie.

Práve voľbou evolučných stratégií, ako optimalizačného nástroja, sa podarilo vyhnúť sa potrebe riešiť priamo úlohu (3)–(7). Namiesto riešenia zložitej úlohy matematického programovania je pri použití evolučných stratégií potrebné využiť len stacionárne simulácie pre rôzne, špeciálne zvolené, premenné parametre. Práve tento rozdiel, je výhodou a zároveň aj nevýhodou takéhoto prístupu.

Výhoda spočíva v tom, že už nie sme limitovaný topológiou siete. Napríklad nie je potrebné algoritmus upravovať zvlášť pre lineárne siete a zvlášť pre cyklické siete. V princípe je náš prístup schopný riešiť ľubovoľne zložitú sieť. Dokonca je jedno, či chceme riešiť úlohu na minimálnu spotrebu energiu, na minimálnu spotrebu technického plynu, či na minimálnu cenu. Algoritmus bude len sledovať iný parameter a jeho jadro zostane bezo zmeny. Ďalšou výhodou je presnosť výpočtu: tá nebude viac limitovaná zložitou sieťou. Presnosť výpočtu bude determinovaná presnosťou stacionárneho simulátora, ktorý bude náš algoritmus používať.

Nevýhodou je počet stacionárnych simulácií ktoré je potrebné spočítať. Rádovo sa môže jednať o desiatky až stovky tisíc simulácií. Je teda nutné mať k dispozícii dostatočne presný a súčasne dostatočne rýchly simulátor. Inou možnosťou ako sa vyrovnat' s týmto problémom je naplno využiť výpočtový výkon, ktorý poskytuje najmodernejší hardware. Využitím paralelných výpočtov na viacjadrových procesoroch, prípadne na moderných multiprocessorových grafických kartách (GPU) je možné dosiahnuť až niekoľko rádové zrýchlenie.

Metódu evolučných stratégií sme zvolili najmä preto, že jedinca reprezentuje pomocou vektora reálnych čísel. V našom prípade sú premennými parametrami kompresné pomery, ktoré sú reprezentované práve reálnymi číslami. Ak sa na problém pozrieme ešte hlbšie, pri optimalizácii kompresorovej stanice sú premennými parametrami aj počty zapojených kompresorov, ktoré sú reprezentované celými číslami. Avšak optimálny výber zapojených kompresorov a počty otáčok ich pohonov sa realizuje priamo pri výpočte stacionárneho stavu. Inými slovami pre daný kompresný pomer simulátor stacionárneho stavu, ktorý používame, automaticky nájde také zapojenie kompresorov a také počty otáčok ich pohonov, aby bol požadovaný kompresný pomer realizovaný a navyše aby bol optimálny vzhľadom na zvolený parameter, ktorým môže byť spotreba energie, spotreba technologického plynu, spotreba elektrickej energie alebo celkové náklady. Teda nám stačí uvažovať optimalizáciu siete ako celok a teda stanoviť, ktorá kompresorová stanica bude zapojená a s akým kompresným pomerom. Optimalizáciu zapojenia jednotlivých kompresorov stanice, pre daný kompresný pomer zabezpečuje, samotná simulácia stacionárneho stavu.

V samotnej implementácii evolučných stratégií sme sa rozhodli, na základe numerických testov, použiť modifikovaný typ $(\mu + \lambda)$ -ES so samoadaptívnymi smerodajnými odchýlkami a bez kovariančnej matice.

Poznámka: Pod konštatovaním „bez kovariančnej matice“ máme na mysli reprezentáciu jedinca len pomocou vektorov \mathbf{x} a σ . Teda bez vektora rotácií θ . Pri numerickom testovaní sa ukázalo, že v niektorých prípadoch sa s týmto parametrom doba realizácie algoritmu až zdvojnásobí, pričom hodnota rozdielu účelových funkcií nájdených optimálnych riešení medzi verziami s rotáciou a bez nej bola minimálna.

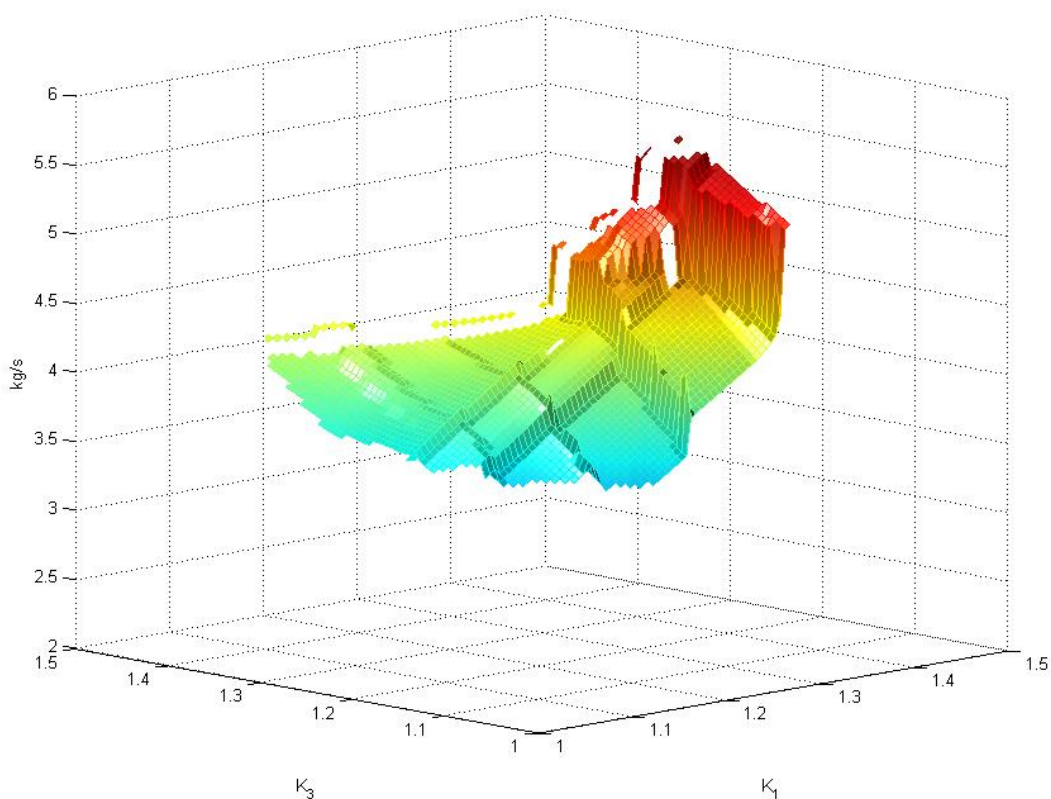
Vieme, že jedinec v evolučných stratégiách je reprezentovaný vektorom reálnych čísel. Ak sieť, na ktorej budeme realizovať optimalizačné výpočty obsahuje n kompresorových staníc,

jedinec bude reprezentovaný vektorom $2n$ reálnych čísiel $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$. Prvých n čísiel bude reprezentovať kompresné pomery, pričom $x_i \in \{1; [K_i^{\min}; K_i^{\max}]\}$ reprezentuje kompresný pomer v i -tej kompresorovej stanici. $K_i^{\min} > 1$ reprezentuje minimálny kompresný pomer a K_i^{\max} maximálny kompresný pomer, ktorý môže dosiahnuť i -ta kompresorová stanica. Hodnota 1 reprezentuje stav, kedy kompresorová stanica nekoná žiadnu kompresnú prácu a je teda premostená (bypass). Hodnoty $\sigma_i > 0$ reprezentujú smerodajné odchýlky pre jednotlivé i -te kompresné pomery x_i .

Pre vybraný optimalizovaný parameter hodnotu účelovej funkcie získame vždy až po spočítaní stacionárneho stavu pre danú voľbu kompresných pomerov. Je to preto, že simulácia, okrem iného, spočíta vždy energiu, množstvo technického plynu, elektrickej energie aj cenu nákladov potrebnú na vykonanie danej kompresnej práce za jednotku času pre každú kompresorovú stanicu.

Poznámka: Z praktických dôvodov je potrebné riešiť aj takzvanú relatívnu optimalizáciu. Je to taká úloha na celkové náklady, kedy ku hodnote účelovej funkcie musíme pripočítať aj cenu za prechod medzi pôvodným stavom, v ktorom sa sieť nachádzala, a novým kandidátom na optimálne riešenie. Môže sa totiž stať, že i keď je nové riešenie vzhľadom na celkové náklady výhodnejšie ako nejaké iné riešenie, cena za prechod do tohto stavu zo stavu v ktorom sa sieť doteraz nachádzala by bola vysoká a tak celkové náklady by prevyšovali zisk z ušetrených nákladov pri novej optimálnej konfigurácii siete. Túto úlohu je možné riešiť tak, že k hodnote účelovej funkcie pripočítame fixné náklady na zmenu konfigurácie kompresných staníc. Ak by sme chceli túto úlohu riešiť presnejšie, potrebovali by sme už nástroj pre dynamickú optimalizáciu. V prvom kroku by sme našli nový optimálny stav, pomocou nejakého nástroja stacionárnej optimalizácie. Potom, pomocou nejakého nástroja pre dynamické optimalizačné výpočty, by sme našli optimálny prechod medzi pôvodným stavom a novým optimálnym stavom. Tak by sme získali relatívne presnú (presnosť je v tomto prípade závislá najmä od kvality modelu prepravného systému, média v ňom a presnosti stacionárnej a dynamickej simulácie) hodnotu celkových nákladov. Keďže však takto definovaná úloha presahuje možnosti stacionárnych optimalizačných nástrojov, ktorým sa venujeme v tejto práci, takúto úlohu nebudeme riešiť.

Pri vytváraní počiatočnej populácie (pre viacčlenné populačné stochastické optimalizačné metódy) je výhodné mať členy tejto populácie rovnomerne rozložené v priestore prípustných riešení. Na obrázku č. 12 je zobrazený priestor prípustných riešení, aj s danými hodnotami účelovej funkcie, spotreby plynu v kg/s kompresorovými stanicami. V tomto konkrétnom prípade sú to reálne dáta zo stacionárnych výpočtov pre reálnu slovenskú tranzitnú sústavu. Aby bolo možné výsledky vizualizovať, simulovali sme stav, kedy sú do prevádzky zapojené len dve zo štyroch kompresorových staníc (KS 1 a KS 3). Pre danú kombináciu kompresných pomerov K_1 a K_3 stacionárna simulácia priamo nájde optimálne zapojenie kompresorov tak, aby bola spotreba plynu pre danú kombináciu kompresných pomerov minimálna. Ako je zrejmé z obrázka č. 12, účelová funkcia, aj samotná oblasť prípustných riešení, je pomerne zložitá a nespojitá. Oblasť prípustných riešení býva často veľmi úzka, čo potom vedie k problému nájsť vôbec nejaké počiatočné prípustné riešenie len náhodným generovaním atribútov (v našom prípade kompresných pomerov) jedinca. V takom prípade si musíme vystačiť aj s jediným jedincom počiatočnej populácie, ktorý je reprezentovaný aktuálnym stacionárnym stavom potrubného systému, ktorého optimálny stav chceme hľadať. Ukázalo sa, že aj takáto malá počiatočná populácia stačí na to, aby už po niekoľkých generáciách bola populácia diverzifikovaná po priestore prípustných riešení a aby prehľadavacie schopnosti algoritmu neboli poškodené.



Obrázok č. 12. Spotreba plynu dvoma kompresorovými stanicami (KS 1 a KS 3) v kg/s pri pevne daných kompresných pomeroch K_2 a K_4 .

Pre tvorbu nových jedincov sa na praktických úlohách najlepšie osvedčil počiatočný princíp evolučných stratégií len s jedným rodičom. Rodiča vyberieme z populácie náhodným výberom, pričom každý jedinec má rovnakú pravdepodobnosť výberu. Potom podľa (1) modifikujeme smerodajné odchýlky a nakoniec podľa (2) vytvoríme atribúty nového potomka. Potom ako sme vygenerovali premenné parametre nového jedinca je potrebné overiť či tento jedinec patrí do množiny prípustných riešení, teda či jeho atribútmi v spojení s okrajovými podmienkami je definovaný nejaký realizovateľný stacionárny stav. Ak je tomu tak, treba ešte podľa typu optimalizačnej úlohy zistiť hodnotu účelovej funkcie. Ak nový jedinec nedefinuje nejaký realizovateľný stacionárny stav, je potrebné sa pokúsiť vygenerovať pomocou (1) a (2) nové atribúty jedinca a proces overovania opakovať.

Proces overovania prípustnosti testovaného riešenia (jedinca) znamená spočítať stacionárny stav prúdiaceho reálneho plynu potrubným systémom pre dané okrajové podmienky a atribúty jedinca (kompresné pomery). Z pohľadu výpočtovej náročnosti zaberá výpočet stacionárneho stavu najviac času. Je zrejmé, že pre potreby praxe je dôležitá nielen dostatočná presnosť navrhovaného optimalizačného výpočtu, ale aj čo najkratšia doba výpočtu. Preto ak samotný jeden stacionárny výpočet už nie je možné viac urýchliť, máme v zásade dve možnosti, ako skrátiť celkový čas nášho optimalizačného výpočtu:

- *Paralelizácia*: moderná architektúra dnešných procesorov umožňuje súčasný beh viacerých výpočtových vlákien. To je možné využiť na to, aby sa vykonávalo súčasne viacero stacionárnych výpočtov, čím získame niekoľkonásobné skrátenie celkového času nášho optimalizačného výpočtu.

– *Optimálne generovanie kandidátov na riešenie:* na rozdiel od paralelizácie, kde sa snažíme v jednom čase súčasne vykonať čo najviac stacionárnych výpočtov, tu naopak sa snažíme upraviť algoritmus tak, aby sa vykonalo čo najmenší potrebný počet stacionárnych výpočtov a tým znížiť celkový čas nášho optimalizačného výpočtu. Snažíme sa to dosiahnuť pomocou optimálneho generovania kandidátov na riešenie a pomocou výberu optimálnej reprezentácie jedinca populácie. Nato aby sme mohli jednotlivé modifikácie kvalitatívne porovnávať, zaviedli sme parameter „úspešnosť“. Je to percentuálny podiel medzi úspešne generovaným potomkom, teda náhodne generovaný potomok, ktorý definuje nejaký realizovateľný stacionárny stav, počas celého výpočtu ku všetkým pokusom o vygenerovanie potomka za rovnaký čas. Ako sme už na začiatku tejto kapitoly písali, jedinca budeme reprezentovať bez rotačných uhlov, pretože pri numerických testoch sa ukázalo, že napriek očakávaniu, je úspešnosť generovania potomkov reprezentovaných vektorom, ktorý obsahuje aj rotačné uhly, len zhruba tretinová v porovnaní s jedincom reprezentovaným len dvojicou vektorov $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$. Pomocou parametra úspešnosti sme testovali viacero spôsobov generovania potomkov a ako najefektívnejší sa zatiaľ ukazuje spôsob len s jedným rodičom popísaný v tejto kapitole. V tejto oblasti ale stále zostáva priestor na ďalší výskum a testy.

Pre výbere členov novej populácie sme zostali pri spôsobe definovanom modifikáciou $(\mu + \lambda)$ -ES, teda že o účasť v novej generácii spolu súťažia rodičia spolu so všetkými novými potomkami. Samotný výber členov novej populácie je realizovaný tak, že zo všetkých jedincov, ktorý sa zúčastňujú výberu, sa vyberie práve μ jedincov s najlepšou hodnotou účelovej funkcie.

Pre zlepšenie konvergenčných vlastností algoritmu sme zaviedli niekoľko modifikácií. Prvou z nich je modifikácia pravidla 1/5-vej úspešnosti, ktorým sme sledovali zlepšenie konvergenčných vlastností ku koncu behu algoritmu. Je realizovaný tak, že na začiatku je potrebné zadať počet generácií m a koeficient $0 < \alpha < 1$. Potom každých m generácií každému jedincovi populácie vynásobíme všetky jeho smerodajné odchýlky parametrom α . Touto modifikáciou sme sa snažili zlepšiť prehľadavacie schopnosti algoritmu pri konci behu algoritmu, kedy už očakávame, že sa nachádzame blízko hľadaného globálneho extrému. Zmenšením smerodajných odchýlok tak nútime algoritmus už len lokálne prehľadávať okolie do ktorého sa mu podarilo dokonvergovať.

Druhou modifikáciou sme sa snažili zmenšiť riziko predčasnej konvergenencie, alebo inak povedané, pokúsiť sa zabrániť algoritmu, aby dokonvergoval len do lokálneho extrému. Dosiahli sme to spojením princípov $(\mu + \lambda)$ -ES a (μ, λ) -ES modifikácií evolučných stratégií. Každý jedinec v populácii získal ďalší parameter, ktorý sme nazvali *vek*. Navyše sme zaviedli riadiaci parameter algoritmu s názvom *maximálny vek rodiča*. Samotná modifikácia je realizovaná nasledovne: každému jedincovi počiatkovej populácie sa nastaví parameter veku na hodnotu, ktorú vyberieme pomocou rovnomerného rozdelenia pravdepodobnosti z intervalu $\left(\frac{\text{maximálny vek rodiča}}{2}, \text{maximálny vek rodiča}\right)$. Rovnakým spôsobom priradíme hodnotu parametra veku aj každému novo vyprodukovanému potomkovi. Každému jedincovi, ktorý sa stane súčasťou ďalšej generácie sa zníži vek o jeden. Rodičom sa môže stať len ten člen populácie, ktorého vek je väčší ako 0. Motiváciou bolo nájsť vyváženie medzi výhodami a nevýhodami modifikácií $(\mu + \lambda)$ -ES a (μ, λ) -ES. Modifikácia $(\mu + \lambda)$ -ES nám zaručuje prehľadávanie priestoru prípustných riešení v okolí, do toho času, najlepších kandidátov na riešenie, čo ale môže viesť ku konvergencii do lokálneho extrému. Naopak, (μ, λ) -ES modifikácia nám zručí, že nová generácia bude obsahovať vždy nových jedincov, čo by malo

zvýšiť prehl'adavacie schopnosti algoritmu a zároveň minimalizovať možnosť predčasnej konvergencie, ale za cenu pomalšej konvergencie.

Keďže vo všeobecnosti hodnotu účelovej funkcie nepoznáme, ako ukončovaciu podmienku optimalizačného výpočtu sme zvolili počet generácií, alebo celkový čas výpočtu, alebo obe podmienky súčasne. Tieto parametre sa zadávajú na začiatku výpočtu. Po splnení zvolenej podmienky sa vyberie jedinec s najlepšou hodnotou účelovej funkcie, ktorý sa tým stane optimálnym riešením.

3.3. Maximálny prietok

Druhým typom úloh, ktorým sa v tejto práci budeme venovať, sú úlohy na maximálny prietok. Keďže sieť modelujeme ako orientovaný graf, pozrime sa, aké nástroje na riešenie úlohy na maximálny prietok nám poskytuje teória grafov, a či je ich možné použiť aj v našom prípade.

Sieťou sa v teórii grafov myslí digraf, teda graf s orientovanými hranami, pričom obsahuje dva významné uzly. Zvyknú sa označovať s (z anglického názvu *source* – zdroj) a t (z anglického termínu *target* – cieľ), pričom s označuje vstupný uzol a t výstupný uzol. Na každej hrane siete je definované zobrazenie $q: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{R}^+$, ktoré každej hrane priradí hodnotu toku, pričom musia byť splnené nasledujúce vzťahy (v elektrických obvodoch zodpovedajú prvému Kirkhoffovmu zákonu pre uzly):

- $0 \leq q(h) \leq c(h)$, pre $\forall h \in \mathbf{H}$ a znamená to, že žiaden tok hranou nemôže prekročiť hodnotu kapacity danej hrany, pričom kapacita hrany je definovaná ako zobrazenie $c: \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{R}^+$, ktoré priradí každej hrane jej kapacitu, t.j. hodnotu maximálneho možného toku na tejto hrane.
- $\sum_{j \in \mathbf{H}_{i-}} q(j) = \sum_{l \in \mathbf{H}_{i+}} Q(l)$, pre $\forall i \in \mathbf{V} / \{s, t\}$. To znamená, že súčet všetkých tokov vstupujúcich do uzla sa musí rovnať súčtu tokov z uzla vystupujúcich čo však nemusí platiť pre vstupný a výstupný uzol. Pripomeňme, že symbolom \mathbf{H}_{i+} označujeme množinu všetkých hrán, ktoré majú počiatok v uzle $i \in \mathbf{V}$ a symbolom \mathbf{H}_{i-} množinu všetkých hrán, ktoré končia v uzle $i \in \mathbf{V}$.

Hodnotu prietoku potom možno definovať ako súčet:

$$Q_- = \sum_{i \in \mathbf{H}_{t-}} q(i), \quad (8)$$

teda ako súčet všetkých tokov na hranách, ktoré majú svoj koniec vo výstupnom uzle t , alebo

$$Q_+ = \sum_{i \in \mathbf{H}_{s+}} q(i), \quad (9)$$

čo znamená súčet všetkých tokov na hranách ktoré majú svoj začiatok vo vstupnom uzle s . Obe tieto definície by mali byť ekvivalentné. Avšak ak si uvedomíme, že prípade plynovodných sietí väčšina pohonov kompresorov používa ako palivo práve priamo Plyn, ktorý je sieťou prepravovaný, ak by sme pri riešení úlohy na maximálny prietok použili definíciu toku sieťou (9), maximalizovali by sme tým prietok sieťou aj za cenu zvyšovania spotreby technického plynu v kompresorových staniaciach. Aby sme sa tomuto problému vyhli, budeme odteraz uvažovať definíciu toku sieťou (8).

Potom úlohou nájsť maximálny prietok sieťou bude nájsť také Q_- , že bude maximálne, pričom nebude prekročená žiadna z kapacít hrán. V teórii grafov sa táto úloha rieši pomocou takzvaných rezov grafu [46]. Zdefinujme teda potrebné pojmy:

Nech $X = X \cup \bar{X}$, pričom $X \cap \bar{X} = \emptyset$, je rozklad množiny uzlov siete tak, že množina X obsahuje vstup s a neobsahuje výstup t . Potom rezom (X, \bar{X}) nazveme množinu všetkých orientovaných hrán, ktoré majú počiatok v X a končia v \bar{X} . Pod pojmom *kapacita rezu* budeme potom rozumieť súčet kapacít hrán rezu. Teraz, keď máme zadané všetky potrebné pojmy, môžeme naformulovať bez dôkazu tvrdenie, ktoré je základom viacerých optimalizačných metód na hľadanie maximálneho prietoku sieťou. Je to v podstate zovšeobecnenie pojmu duality z lineárneho programovania a je ho možné odvodiť z Mengerovej vety a Königovej-Egerváryho vety [22].

Veta: Hodnota maximálneho toku v sieti je rovná kapacite minimálneho rezu.

Poznámka: Pod minimálnym rezom rozumieme taký rez, pre ktorý neexistuje rez s menšou kapacitou.

Je známych niekoľko optimalizačných metód na riešenie takto definovaného problému. Napr. metódy lineárneho programovania, Fordov-Fulkersonov algoritmus [44], Edmondsov-Karpovov algoritmus [45] a mnoho ďalších. Okrem lineárneho programovania, čo je samozrejme všeobecný prístup, sú jednotlivé algoritmy na riešenie definovanej úlohy dobre známe a rozpracované. Sú známe ich výhody a nevýhody, výpočtové náročnosti aj konvergenčné vlastnosti.

Problémom však ostáva, že problém maximálneho prietoku plynovým potrubným systémom sa líši od grafovej definície problému maximálneho prietoku v niektorých základných princípoch [28]. Po prvé, navyše ku premenným toku na každej hrane, ktorý tu reprezentuje prietok plynu hranou, máme aj premenné tlaku v každom vrchole, ktoré sú vo vzájomnom vzťahu. Po druhé, popri ohraničeniach maximálneho toku každou hranou máme ešte ďalšie dva typy ohraničení:

- Ohraničenia v tvare nelineárnych rovností pre každý potrubný segment, ktoré reprezentujú vzťah medzi tlakmi na začiatku potrubia, na konci potrubia a prietokom týmto potrubím.
- Nelineárne nekonvexné množiny, ktoré reprezentujú prípustné pracovné oblasti prietokov a tlakov vo vnútri každej kompresorovej stanice.

Aby sme všetky potrebné podmienky splnil, môžeme riešenie problému maximálneho prietoku uvažovať v tvare úlohy matematického programovania (3)–(7). Pričom účelovú funkciu (3) nahradíme sumou (8), čím získame definíciu úlohy na maximálny prietok v tvare matematického programovania:

$$\max \sum_{i \in V_v} \sum_{j \in H_{i-}} q(j) \quad (10)$$

kde $V_v \in V$ je vo všeobecnosti množina výstupných uzlov, cez ktoré chceme získať maximálny prietok. Za podmienok:

$$\sum_{j \in H_{i-}} Q_j - \sum_{l \in H_{i+}} Q_l = Q_i, \quad \forall i \in V, \quad (11)$$

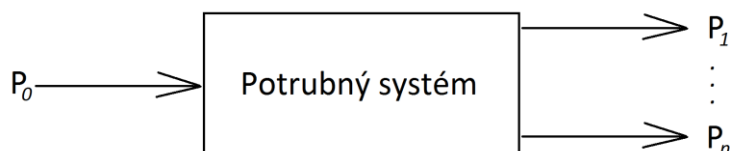
$$P_p^2 \text{ vstup} - a_p P_p^2 \text{ výstup} = b_p Q_p |Q_p|, \quad \forall p \in P, \quad (12)$$

$$P_i \in [P_i^{\min}, P_i^{\max}], \quad \forall i \in V, \quad (13)$$

$$(Q_k, P_k^{\text{vstup}}, P_k^{\text{výstup}}) \in D_k \subset \mathbf{R}^3, \quad \forall k \in K. \quad (14)$$

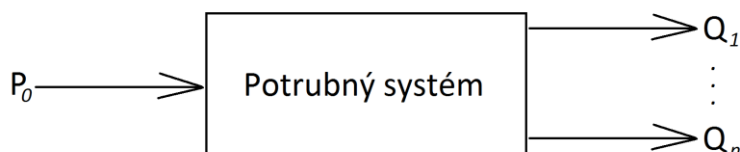
Tento model už síce rešpektuje zákonitosti stacionárne prúdiaceho plynu, ale pri jeho riešení klasickými prístupmi narážame na rovnaké problémy, aké sme popísali v podkapitole 3.2 pri minimalizačných optimalizačných úlohách. Model (10)–(14) navyše môžeme chcieť rozšíriť o ďalšie podmienky, ktoré by zohľadnili špeciálne požiadavky na výstupné uzly, cez ktoré budeme maximalizovať prietok sieťou. V praxi sa ukázali ako dôležité nasledujúce štyri typy úloh:

Úloha č. 1: Na vstupnom uzle do siete je pevne zadaný tlak. Uvažujme n výstupných uzlov, cez ktoré budeme požadovať maximálny prietok. Týchto n výstupných uzlov bude mať pevne zadaný tlak po celý čas výpočtu. Ostatné výstupné uzly budú mať pevne zadaný prietok. Úlohou je nájsť také kompresné pomery jednotlivých kompresorových staníc, aby bol prietok cez tieto uzly maximálny.



Obrázok č. 13. Úloha č. 1

Úloha č. 2: Na vstupnom uzle do siete je pevne zadaný tlak. Uvažujme n výstupných uzlov, cez ktoré budeme požadovať maximálny prietok. Ostatné výstupné uzly budú mať pevne zadaný prietok. Úlohou je nájsť také prietoky pre n uzlov, ktoré budeme optimalizovať, a také kompresné pomery jednotlivých kompresorových staníc, aby bol prietok cez tieto uzly maximálny.

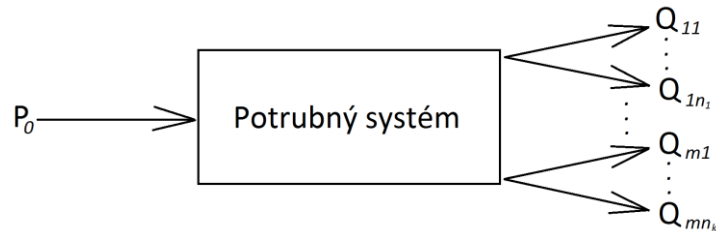


Obrázok č. 14. Úloha č. 2.

Poznámka: Pri implementácii algoritmu pre riešenie úlohy č. 2 sa ukázalo omnoho efektívnejšie počítať so zadanými tlakmi pre uzly, cez ktoré uvažujeme maximálny prietok ako so zadanými prietokmi. Je to najmä z týchto dvoch dôvodov:

- Ak je možné nastaviť na všetky výstupné uzly, cez ktoré uvažujeme maximálny prietok, najmenší prípustný tlak, bude prietok týmito uzlami maximálny.

- Množina tlakov, ktoré možno nastaviť pre všetky výstupné uzly, cez ktoré uvažujeme maximálny prietok, je ohraničená množina. Navyše, tieto ohraničenia sú dané technologickými obmedzeniami potrubí a dohodnutými kontraktmi, čiže vopred dobre známe.



Obrázok č. 15. Úloha č. 4.

Úloha č. 3: Na vstupnom uzle do siete je pevne zadaný tlak. Uvažujme n výstupných uzlov, cez ktoré budeme požadovať maximálny prietok, pričom budeme požadovať, aby pomer medzi týmito prietokmi zodpovedal dopredu zadaným pomerom. Ostatné výstupné uzly budú mať pevne zadaný prietok. Úlohou je nájsť také prietoky pre n uzlov, ktoré budeme optimalizovať, a také kompresné pomery jednotlivých kompresorových staníc, aby bol prietok cez tieto uzly maximálny, pričom budú dodržané vopred zadané pomery medzi najbližšími prietokmi.

Úloha č. 4: Táto úloha je zovšeobecnením úlohy č. 2 aj č. 3. Uvažujeme tu viac ako jednu množinu výstupných uzlov, cez ktoré chceme maximalizovať prietok sieťou. Pomery medzi celkovými prietokmi jednotlivých množín výstupných uzlov sú nezávislé, ale pomery medzi prietokmi uzlov patriacich do tej istej množiny je pevný a vopred známy.

3.4. Implementácia evolučných stratégií pre úlohy na maximálny prietok

Robustnosť evolučných stratégií umožnila použiť pre minimalizačné úlohy aj pre úlohy na maximálny prietok takmer identickú implementáciu. Ako sme spomenuli v kapitole 2, stačí uvažovať buď len maximalizáciu alebo len minimalizáciu pretože $\max f(x) = \min(-f(x))$. Ďalším dôvodom pre možnosť použiť jednu implementáciu pre riešenie viacerých úloh je fakt, že jediné premenné parametre v minimalizačných úlohách a v úlohe na maximálny prietok č. 1 sú kompresné pomery. Rozdiel je teda len v tom, aký parameter prepravy, po spočítaní stacionárneho stavu, priradíme kandidátovi na riešenie ako hodnotu účelovej funkcie (celková spotreba energie, celková spotreba plynu, celkové náklady, prietok). Isté úpravy algoritmu si vyžadujú úlohy na maximálny prietok č. 2–4 a to preto, že pri týchto úlohách pribudli premenné parametre v podobe tlakov alebo prietokov vo výstupných uzloch, cez ktoré chceme hľadať maximálny prietok a pri úlohách č. 3 a č. 4 pribudli aj nové podmienky, ktoré dávajú do vzťahu prietoky na optimalizovaných uzloch. Tieto odlišnosti implementácie v porovnaní s tou, ktorá je popísaná v podkapitole 3.2, spomenieme v nasledujúcom texte.

Úpravy implementácie pre úlohu č. 2

V tejto úlohe vystupujú ako premenné parametre kompresné pomery a prietoky v tých m výstupných uzloch zo siete, ktorých súčet chceme aby bol maximálny. Nech kompresných pomerov je n . Najjednoduchším rozšírením našej implementácie ES pre úlohu č. 2 by bolo jednoducho rozšíriť vektor reprezentujúci jedinca o týchto m nových parametrov a im

prislúchajúcich m smerodajných odchýlok. Avšak prietoky nie sú k tomuto účelu celkom vhodné. Ešte pred spustením samotného výpočtu by sme totiž potrebovali aspoň približne vedieť veľkosť očakávaného prietoku, aby sme vedeli nastaviť počiatočné hodnotu smerodajných odchýlok. Navyše, je možné že hodnoty prietokov jednotlivými výstupnými uzlami jedincov počiatočnej generácie, budú tak odlišné, že jedna spoločná počiatočná hodnota smerodajných odchýlok by bola vyložene nevhodná. Ďalším nemenej dôležitým argumentom pre to, aby sme sa pokúsili nájsť inú cestu, ako reprezentovať jedinca je to, že i keď sú hodnoty prietokov ohraničené, dopredu tieto ohraničenia nepoznáme a tým sa značne sťažuje úloha nájsť počiatočnú generáciu. Preto je vhodné na reprezentáciu jedinca použiť kompresné pomery a tlaky. Z pohľadu stacionárneho výpočtu je to jedno, pretože ak zadáme prietoky pre výstupne uzly, simulácia tlaky dopočíta. Ak zadáme tlaky, simulácia dopočíta prietoky. Navyše, so zmenou typu premenných parametrov sme získali aj niekoľko výhod:

- Tlaky sú ohraničené a hodnoty týchto ohraničení dopredu poznáme.
- Rozsahy minimálnych a maximálnych tlakov na výstupných uzloch sú rádovo zvyčajne rovnaké a preto je možné odhadnúť hodnotu štartovacej smerodajnej odchýlky pre tlakové premenné.
- Vieme, že maximálny prietok je dosiahnutý pri maximálnom tlakovom rozdieli. Preto je rozumné použiť túto heuristiku v algoritme. Realizujeme ju tak, že na začiatku sa snažíme nájsť nejaký realizovateľný stacionárny stav pričom na výstupných uzloch, cez ktoré chceme dosiahnuť maximálny prietok, sú nastavená tlaky s hodnotami minimálnych prípustných tlakov pre dané uzly. Ak taký stacionárny stav nájdeme, našli sme tým hľadaný maximálny prietok.

Jedinec v populácii bude teda stále reprezentovaný dvojicou vektorov reálnych čísel $(\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma})$, pričom, ak sieť obsahuje n kompresorových staníc, tak prvých n zložiek vektora \mathbf{x} bude reprezentovať kompresné pomery na týchto kompresorových staniaciach. Ak počet výstupných uzlov, cez ktoré chceme maximalizovať prietok je m , potom zvyšných m zložiek vektora \mathbf{x} bude reprezentovať tlakovú okrajovú podmienku, teda môžeme písať $\mathbf{x}, \boldsymbol{\sigma} \in \mathbf{R}^{n+m}$.

Úpravy implementácie pre úlohu č. 3

V tejto úlohe vystupujú ako premenné parametre kompresné pomery a prietoky vo výstupných uzloch zo siete, ktorých súčet chceme aby bol maximálny. Navyše požadujeme, aby tieto prietoky boli vždy v pevnom, dopredu známom vzájomnom pomere. Postup z implementácie pre úlohu č. 2 sa v tomto prípade nedá použiť, pretože nevieme explicitne previesť pomery prietokov na pomery tlakov.

Ak predpokladáme, tak ako v predchádzajúcom prípade, n kompresorových staníc a m výstupných uzlov, cez ktoré budeme hľadať maximálny prietok, na reprezentáciu jedinca budeme potrebovať len $2(n+1)$ reálnych čísel a nie ako v predchádzajúcom prípade, kde ich bolo $2(n+m)$, pričom $m > 1$. Vyplýva to priamo z definície úlohy. Ak je nám dopredu známy pomer medzi pomermi prietokov výstupných uzlov, ktoré chceme maximalizovať, stačí nám vedieť celkový prietok týmito uzlami a na základe známych pomerov vieme ľahko dopočítať potrebné prietoky pre jednotlivé výstupné uzly. Je zaujímavé, že pri tejto úlohe je jedným z parametrov jedinca, ktorý sa bude počas behu algoritmu vyvíjať, priamo hodnota účelovej funkcie, ktorú chceme maximalizovať. Bohužiaľ, aj napriek tomu, musíme vždy ešte overiť, či daný jedinec reprezentuje nejaký stacionárny stav, teda či je prípustným riešením..

Poznámka: Úloha č. 4 je zovšeobecnením úlohy č. 3, a to tak, že uvažujeme viacero skupín výstupných uzlov v rámci ktorých chceme dodržať dopredu známe zadané pomery medzi prietokmi na týchto uzloch. Uvažujme

teda n kompresorových staníc a $m > 1$ skupín uzlov, ktoré obsahujú l_i , kde $i = 1, 2, \dots, m$. Jedinca bude potom reprezentovať vektor $2(n+m)$ reálnych čísel pričom, n čísel reprezentuje kompresné pomery, m čísel celkové prietoky na jednotlivých skupinách uzlov a $m + n$ čísel bude reprezentovať smerodajné odchýlky pre jednotlivé parametre. Hodnotu účelovej funkcie získame jednoduchým spočítaním m prietokov jednotlivých skupín.

3.5. Implementácia evolučných stratégií pre multikriteriálnu optimalizáciu

I keď nami prezentovaná metóda pre riešenie stacionárnych optimalizačných úloh pri preprave plynu tranzitnými plynovodmi je dosť robustná a všeobecná, jej použitie pre multikriteriálne optimalizačné problémy (ďalej len MOP) vyžaduje určité modifikácie. Na úrovni jedinca a jeho reprezentácie nie sú potrebné žiadne modifikácie. Čo bude potrebné upraviť je proces priradovania hodnoty účelovej funkcie a proces selekcie nových rodičov, pretože z podstaty MOP nemusí byť kandidát na riešenie ohodnotený jedným číslom ale k -rozmerným vektorom reálnych čísel.

Poznáme ([49]) viacero prístupov na riešenie MOP pomocou populačných algoritmov. Zaujímavé je, že aj napriek Rosenbergom naznačenému potenciálu evolučných optimalizačných techník pre riešenie MOP v jeho dizertačnej práci z roku 1967 ([53]), zostala táto oblasť neprebádaná takmer 25 rokov.

V princípe by sme mohli prístupy k riešeniu MOP rozdeliť do dvoch tried

- agregáčny prístup
- Pareto front

Agregáčny prístup je založený na váženom súčte jednotlivých zložiek vektorovej účelovej funkcie $f(\mathbf{x})$ teda definujeme novú účelovú funkciu ako

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k w_i f_i(\mathbf{x}).$$

Výhodou je, že pri takomto prístupe, nie je potrebné upravovať použitý evolučný algoritmus. Tento prístup je vhodný pre jednoduchšie MOP s len niekoľkými zložkami účelovej funkcie $f(\mathbf{x})$ a s konvexnou množinou prípustných riešení. Problém môže byť nájsť správne hodnoty váh w_i ak nemáme dostatočné vedomosti o podstate riešenej úlohy. Ďaleko väčší problém nastane, ak je Pareto front konkávny. V takom prípade bez ohľadu na voľby váh w_i nedokáže takýto prístup generovať skutočné Pareto optimálne riešenia ([54]).

V druhej triede prístupov na riešenie MOP, ktorú sme nazvali Pareto front, je množstvo modifikácií rôznych druhov evolučných algoritmov tak, aby hľadali aproximáciu Paretoho frontu. V tejto oblasti bolo publikovaných mnoho prác a existuje niekoľko aplikácií v praxi ([55]). Výsledky výskumu v tejto oblasti však ukazujú, že kľúčovými prvkami pre dosiahnutie uspokojivého výsledku je elitizmus a rôznorodosť populácie.

Poznámka: Pod pojmom elitizmus máme na mysli princíp, podľa ktorého by sa na tvorbe novej populácie mali podieľať len najlepší jedinci v populácii.

Preto sme aj my pri úprave nášho algoritmu pre riešenie MOP mali tieto výsledky na zreteli. Z tretej kapitoly vieme, že v algoritme evolučných stratégií pre jednokriteriálnu optimalizáciu

zoraďíme jedincov podľa hodnoty účelovej funkcie a vyberieme μ najlepších jedincov, ktorí sa stanú novými rodičmi. V prípade MOP, za najlepších jedincov budeme brať nedominovaných jedincov vzhľadom na všetky doteraz vygenerované prípustné riešenia. Množina všetkých nedominovaných jedincov v aktuálnej populácii jedincov bude tvoriť aproximáciu Paretoho frontu. Ak je počet nedominovaných jedincov rovný μ , práve títo nedominovaní jedinci budú noví rodičia. Čo ak ale nedominovaných jedincov z aproximácie Paretoho frontu je viac, alebo menej ako μ ? Navrhli sme nasledovné riešenie s ohľadom na vyššie spomínaný princíp elitizmu a rôznorodosti populácie. Problém sme rozdelili do dvoch kategórií

1. Prípado, keď jedincov Paretoho frontu je viac ako potrebných rodičov.
2. Prípado, keď jedincov Paretoho frontu je menej ako potrebných rodičov.

V prvom prípade, keď je jedincov z Paretoho frontu viac ako μ , myšlienkou je vybrať rodičov tak, aby čo najrovnomernejšie pokrývali aproximáciu Paretoho frontu. To znamená, že pri výbere rodičov vynecháme práve tých nedominovaných jedincov, ktorí sú najbližšie iným nedominovaným jedincom. Tohto cieľa sme dosiahli nasledovne:

Uvažujme minimalizáciu dvoch účelových funkcií f_1 a f_2 a nech aproximácia Paretoho frontu obsahuje $n > \mu$ jedincov. Každý jedinec z aproximácie Paretoho frontu má dve hodnoty účelovej funkcie $f_1(\mathbf{x}_i)$ a $f_2(\mathbf{x}_i)$, pričom platí, že $f_1(\mathbf{x}_1) \leq f_1(\mathbf{x}_2) \dots \leq f_1(\mathbf{x}_n)$ a zároveň $f_2(\mathbf{x}_n) \leq f_2(\mathbf{x}_{n-1}) \dots \leq f_2(\mathbf{x}_1)$. Pre každého jedinca \mathbf{x}_i z aproximácie Paretoho frontu, s výnimkou jedincov \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_n , zaeďinujeme vzdialenosť $r_{s,i}$ od svojich dvoch susedov ako

$$r_{s,i} = \min_{k=\{i-1,i+1\}} \left\{ \sqrt{(f_1(\mathbf{x}_i) - f_1(\mathbf{x}_k))^2 + (f_2(\mathbf{x}_i) - f_2(\mathbf{x}_k))^2} \right\}.$$

Potom jedincov z aproximácie Paretoho frontu zoraďíme podľa hodnoty r_s a odstránime jedinca s najmenšou hodnotou r_s . Tento proces opakujeme až pokým nám nezostane potrebných $\mu - 2$ jedincov, ktorý sa stanú spolu s jedincami \mathbf{x}_1 a \mathbf{x}_n rodičmi v novej generácii. Vo všeobecnosti ak vektorová funkcia $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ obsahuje k zložiek, hodnotu r_s určíme každému nedominovanému jedincov ako euklidovskú vzdialenosť od najbližšieho nedominovaného jedinca v priestore vektorovej účelovej funkcie $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

V druhom prípade, keď je jedincov aproximácie Paretoho frontu menej ako μ , bolo myšlienkou vybrať chýbajúcich jedincov tak, aby boli čo najbližšie k aproximácii Paretoho frontu. Toho sme dosiahli pomocou zavedenia vzdialenosti r_p od aproximácie Paretoho frontu. Znova uvažujme minimalizáciu dvoch účelových funkcií f_1 a f_2 , ale tentoraz Pareto front obsahuje $n < \mu$ jedincov a populácia obsahuje $\lambda \geq \mu$ potomkov. Pre každého potomka \mathbf{x}_j^p , ktorý nie je súčasťou aproximácie Paretoho frontu, eďinujeme vzdialenosť $r_{p,j}$ od Paretoho frontu ako

$$r_{p,j} = \min_{i=1,2,\dots,n} \left\{ \sqrt{(f_1(\mathbf{x}_j^p) - f_1(\mathbf{x}_i))^2 + (f_2(\mathbf{x}_j^p) - f_2(\mathbf{x}_i))^2} \right\}.$$

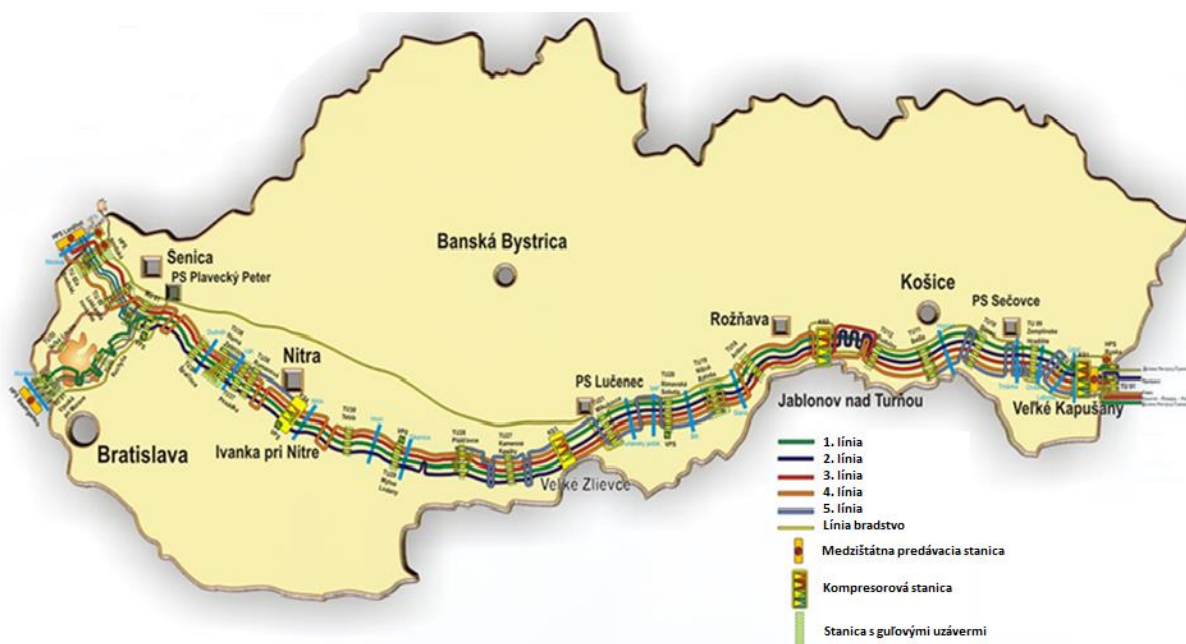
Potom potomkov zoraďíme podľa hodnoty vzdialenosti od aproximácie Paretoho frontu a vyberieme $\mu - n$ potomkov s najmenšou vzdialenosťou od aproximácie Pareto frontu ktorí sa

s n jedincami Paretovho frontu stanú rodičmi novej populácie jedincov. Znova, vo všeobecnosti, ak vektorová funkcia $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ obsahuje k zložiek, hodnotu r_p určíme každému novému potomkovi populácie ako euklidovskú vzdialenosť od najbližšieho nedominovaného jedinca v priestore vektorovej účelovej funkcie $\mathbf{f}(\mathbf{x})$.

4. Numerické výsledky

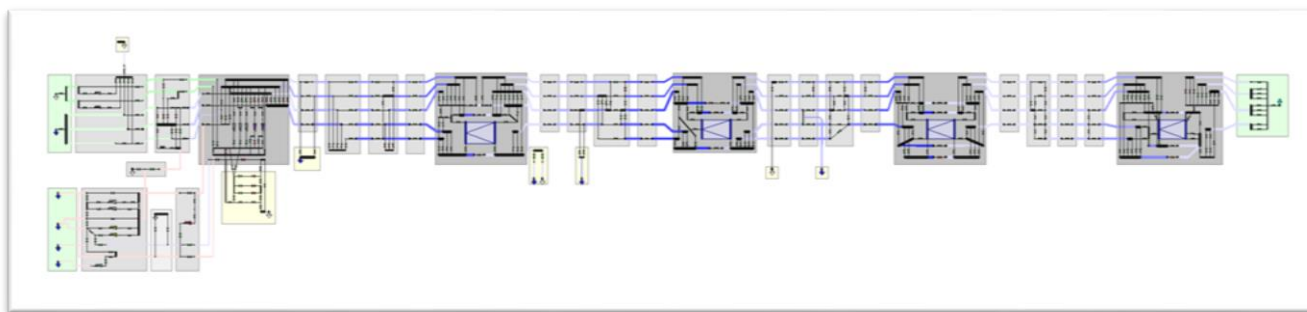
V tejto časti popíšeme numerické testy a konvergenčné vlastnosti evolučných stratégií na jednokriteriálnych úlohách popísaných v tretej kapitole a na modeli tranzitného potrubného systému, ktorý prechádza Slovenskom. Z pohľadu topológie je možno tento prepravný systém zaradiť medzi lineárne siete.

Pomocou numerických testov sa pokúsime analyzovať konvergenčné vlastnosti implementovaného algoritmu vzhľadom na riadiace parametre algoritmu, ktorý bol popísaný v tretej kapitole, a to na oboch typoch úloh – úlohy na minimalizáciu energie (ceny, spotreby elektriny, spotreby plynu) a úlohy na nájdenie maximálneho prietoku.



Obrázok č. 16. Topológia tranzitného potrubného systému prechádzajúceho územím Slovenskej republiky.

Algoritmus a jeho modifikácie boli naprogramované v programovacom jazyku C++ ako súčasť softvérovej aplikácie MARTI Studio, ktorá bola vyvinutá, a je aj v súčasnosti rozvíjaná na Matematickom ústave Slovenskej akadémie vied. Súčasťou aplikácie MARTI Studio je aj stacionárny simulátor, ktorý náš algoritmus používa ako základný nástroj. Pomocou skriptovacieho jazyka, ktorý umožňuje užívateľovi programovo ovládať simulačné výpočty, boli realizované všetky numerické testy. Získané dáta boli vyhodnotené a spracované za pomoci programov Excel a Matlab. Všetky výpočty boli vykonané na procesore Intel Core i7-4771 CPU 3,5 GHz s pamäťou 16 GB.



Obrázok č. 17. Model tranzitnej prepravnej siete nachádzajúcej sa na území Slovenskej republiky v prostredí programu MARTI Studio.

4.1. Numerická analýza riadiacich parametrov algoritmu

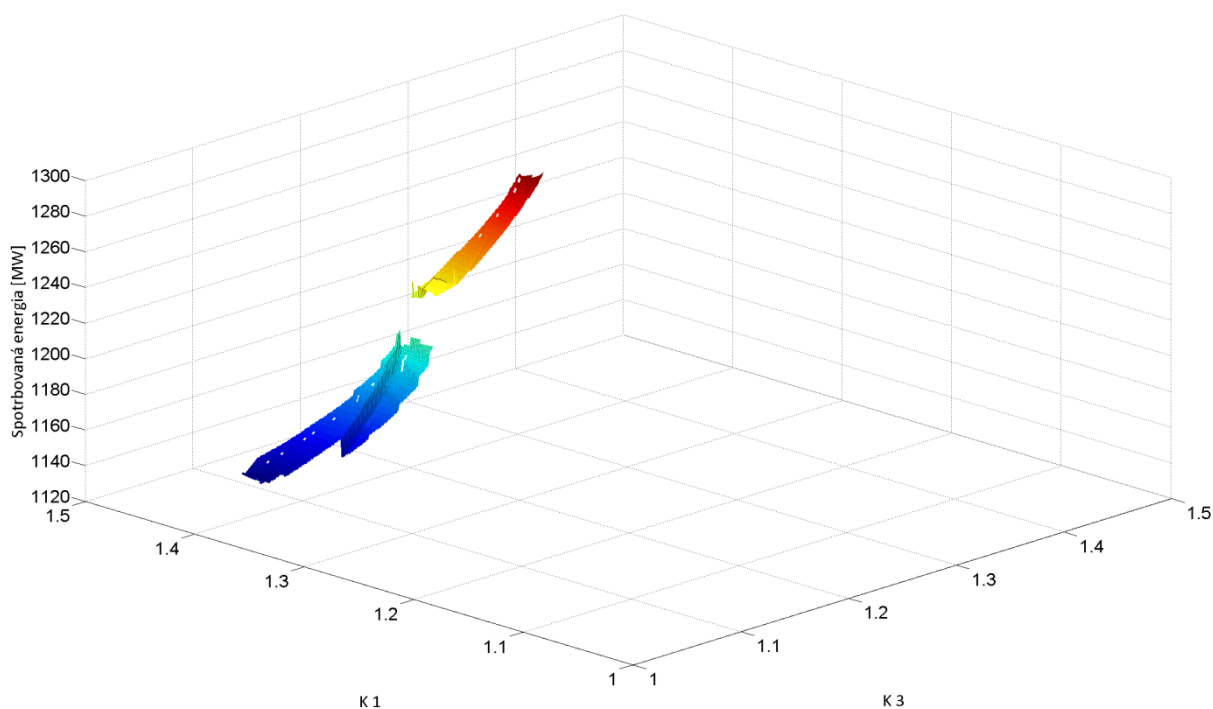
Nami implementovaný algoritmus evolučných stratégií má sedem základných riadiacich parametrov: počet generácií, počet rodičov v každej generácii, počet potomkov v každej generácii, maximálny vek každého rodiča/potomka, štartovacia hodnota sigmy pre premenné reprezentujúce kompresné pomery, koeficient znižovania týchto sigiem a počet generácií po ktorých k zmenšeniu sigiem dôjde. Pre úlohy na maximálny prietok č. 2, č. 3 a úloha č. 4 pribudnú navyše parametre pre počiatočnú hodnotu sigmy pre prietok, počiatočná hodnota sigmy pre tlak a odhad hodnoty maximálneho prietoku.

4.1.1. Hľadanie minimálnej spotreby energie pre pevné prepravné podmienky

Prvou testovacou úlohou, ktorú tu budeme riešiť, je úloha na minimálnu spotrebu energie pre dané pevné prepravné podmienky. Úlohou je teda nájsť takú konfiguráciu siete, aby bola celková spotreba energie v kompresorových staniaciach minimálna. Okrajové podmienky, ktoré reprezentujú kontrahované tlaky a dohodnuté objemy prepravy, sme zvolili tak, aby modelovali reálne podmienky, pričom sme vybrali také, aby bola sieť blízko svojich maximálnych prepravných kapacít. Túto podmienku sme si zvolili preto, aby sme zaručili, že všetky kompresorové stanice budú zapojené do prevádzky. Inými slovami, ide nám o to, aby dimenzia problému mala maximálnu hodnotu.

Poznámka: Pri menších množstvách prepravovaného média sa ukazuje, že nie všetky kompresorové stanice musia byť zapojené do systému. Pre slovenskú tranzitnú sieť to znamená, že na požadovanú kompresnú prácu stačí jedna, najvyššie dve kompresorové stanice. Pri testovaní konvergenčných vlastností, obzvlášť pri sledovaní parametra dĺžky výpočtu nás však budú zaujímať aj také úlohy, ktoré reprezentujú reálne úlohy z praxe a sú dostatočne zložité.

Úloha na nájdenie minimálnej energie reprezentuje reálnu úlohu z praxe a dáva nám tak dobrú predstavu o zložitosti problémov, pre ktoré bol náš algoritmus vyvinutý. Na obrázku č. 18 je zobrazený rez účelovou funkciou. Je na ňom vidieť dva základné problémy, s ktorými si algoritmus musí dokázať poradiť. V prvom rade je zrejmé, že účelová funkcia nie je hladká ani spojitá. Najväčší problém, však spôsobuje fakt, že je veľmi úzka. Úzkosť množiny prípustných riešení, sa najviac prejavuje pri tvorbe počiatočnej generácie. Algoritmus sa musí len náhodným generovaním atribútov jedinca dokázať „trafiť“ do tejto úzkej oblasti, čo môže byť problém. Preto je dobré mať pre začiatok aspoň jedno prípustné riešenie, ktoré nám pomôže rozbehnúť prehľadávací mechanizmus algoritmu. Ako efektívne vytvoriť počiatočnú populáciu, bude jedným z cieľov našej dizertačnej práce.

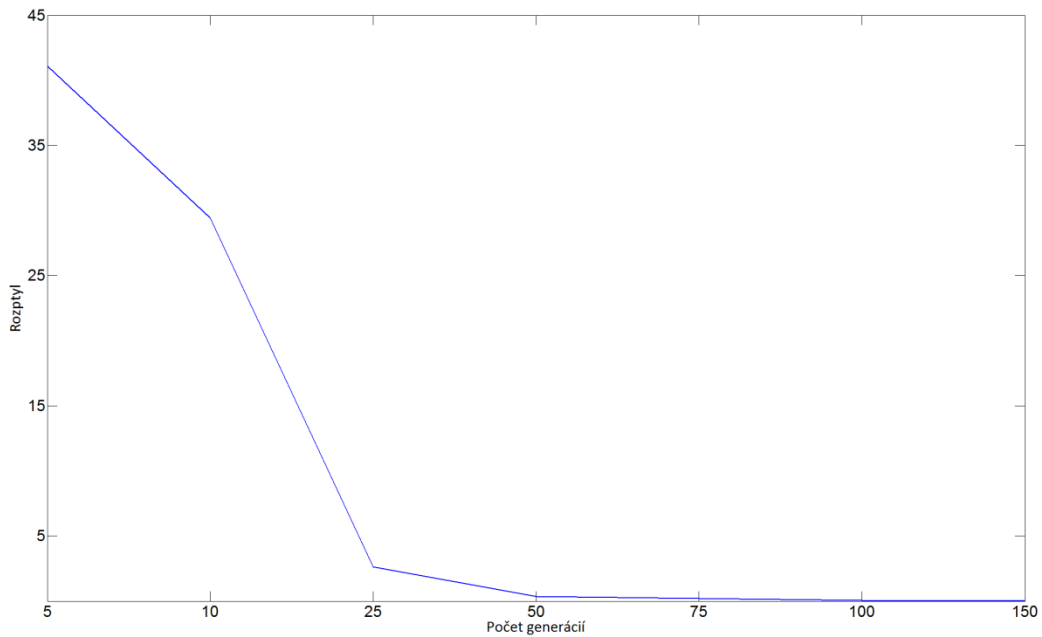


Obrázok č. 18. Rez účelovej funkcie pre pevné kompresné pomery v kompresorových staniách KS 2 a KS 4 ($K_2 = 1,25$, $K_4 = 1,25$).

Rôzne hodnoty parametrov sme vždy otestovali na 100 nezávislých pokusoch pri rovnakých počiatočných podmienkach a štatisticky vyhodnotili.

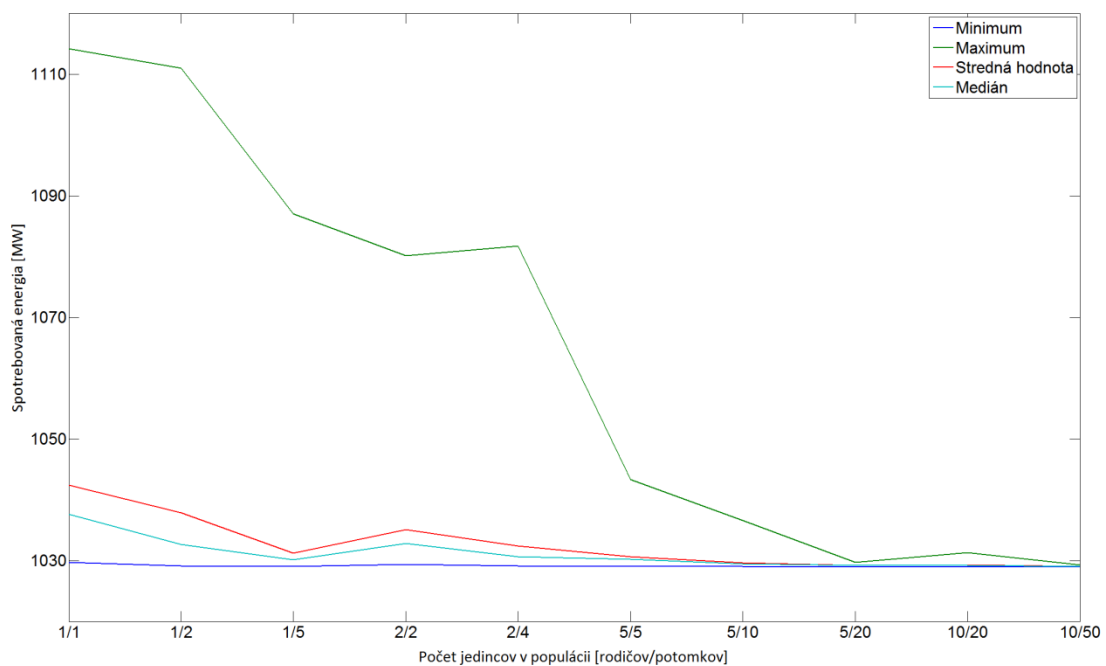
Počet generácií

Podľa očakávaní sa konvergenčné vlastnosti algoritmu s rastúcim počtom generácií zlepšujú, ale čas výpočtu sa predlžuje (súhrnné výsledky v prílohe A.1). Rozptyl dopočítaných hodnôt je od počtu 50-tich generácií pod úrovňou 0,4 (obrázok č. 19), čo značí rozdiel medzi dopočítanými hodnotami do 3 promile a z praktického hľadiska tak máme dostatočne presné riešenie. Pri počte generácií 50 je čas výpočtu v priemere kratší ako 3 minúty. Z numerických testov sa ukazuje, že v závislosti od počtu generácií rastie priemerná doba výpočtu približne lineárne ale rozptyl doby výpočtu rastie približne exponenciálne. Úspešnosť generovania nových potomkov s počtom generácií jemne stúpa, ale rovnako aj rozptyl tohto parametra. Ako vhodná hodnota parametra počet generácií sa tak ukazuje hodnota v rozmedzí 50–100. Hodnoty parametra nad 100 generácií, nám síce znižujú rozptyl dopočítaných hodnôt, ale za možnú cenu neúmerne predĺženého času výpočtu.



Obrázok č. 19. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie vzhľadom na počet generácií.

Počet jedincov v každej generácii

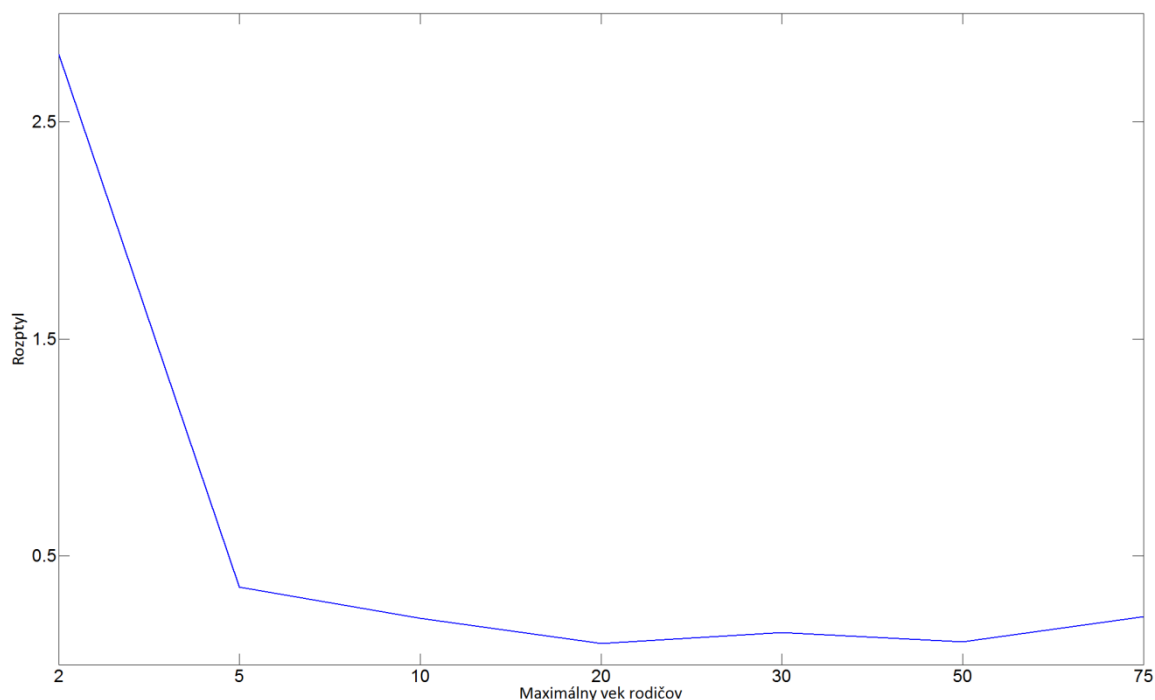


Obrázok č. 20. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od veľkosti populácie.

Veľkosť populácie každej generácie má podobný vplyv na konvergenčné vlastnosti algoritmu ako počet generácií (súhrnné výsledky v prílohe A.2). Dalo by sa povedať, čím viac jedincov v populácii, tým lepšie konvergenčné vlastnosti a tým dlhší čas výpočtu. Už pri hodnotách parametrov pre počet rodičov 5 a počet potomkov 10, je rozptyl dopočítaných hodnôt spotrebovanej energie menší než 0,75, čo znamená rozdiely dopočítaných hodnôt menších ako

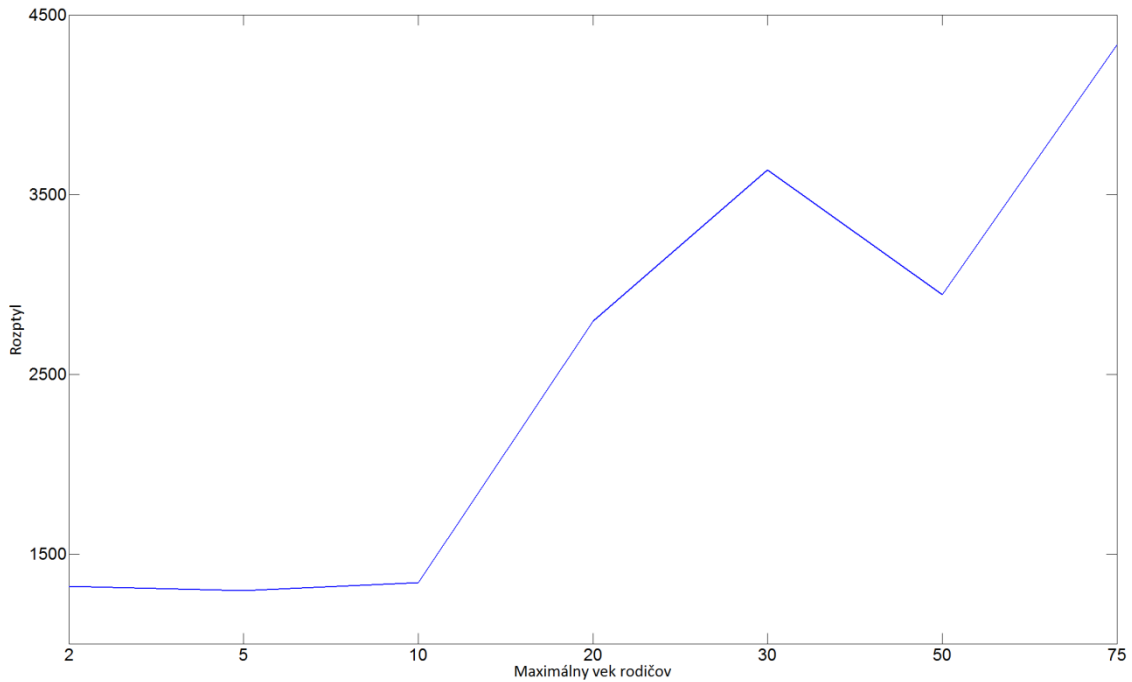
jedno percento. Ďalej z numerických testov sa ukazuje vhodné voliť počet potomkov aspoň dva krát väčší ako počet rodičov. Úspešnosť generovania nových potomkov s rastom veľkosti populácie pomaly rastie, ale samotné zvyšovanie počtu jedincov zvyšuje počet potrebných simulácií a tak celkový čas výpočtu. Ukazuje sa tak, že vhodné nastavenie parametrov je: počet rodičov = 5, počet potomkov = 10.

Maximálny vek rodičov



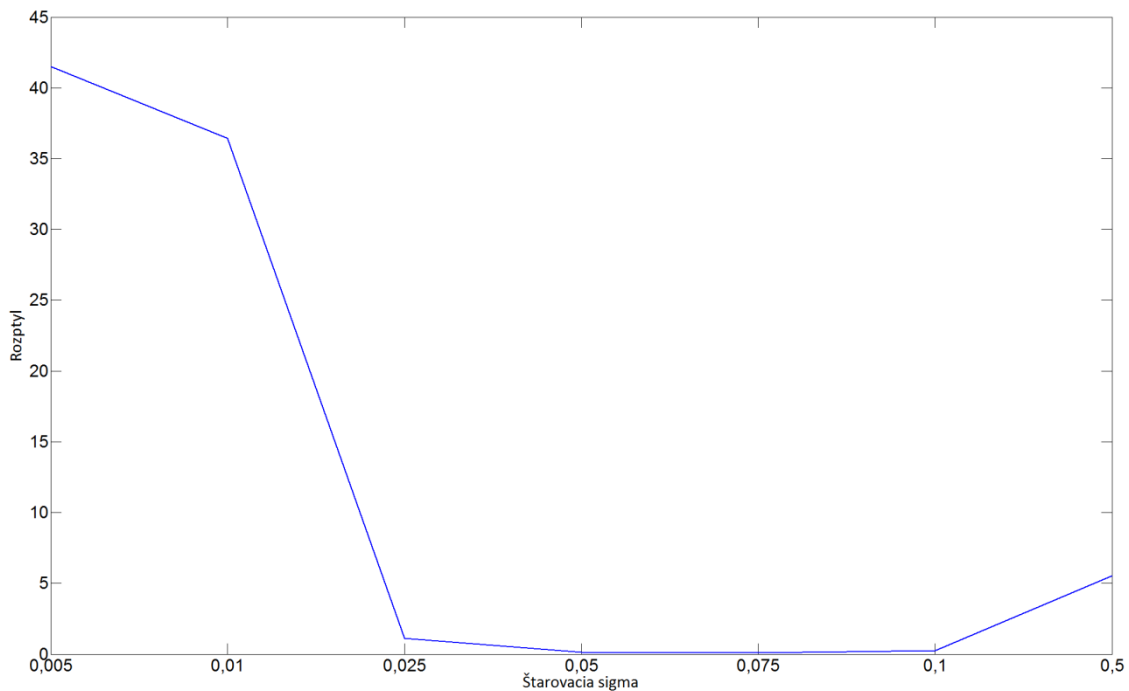
Obrázok č. 21. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od maximálneho veku rodičov.

Numerické testy ukázali, že maximálny vek rodičov (súhrnné výsledky v prílohe A.3) menší ako 5 výrazne zhoršuje konvergenčné vlastnosti algoritmu (obrázok č. 21). Naopak, maximálny vek väčší ako 20 výrazne zvyšuje rozptyl pre hodnoty časovej náročnosti výpočtov (obrázok č. 22). Zo štatistického hľadiska nemá hodnota parametra pre maximálny vek rodiča významný vplyv na úspešnosť generovania nových potomkov. Ak tieto výsledky zosumarizujeme, ako vhodná hodnota parametra pre maximálny vek rodiča sa ukazuje hodnota 10.



Obrázok č. 22. Rozptyly pre časy výpočtov závislosti od maximálneho veku rodičov.

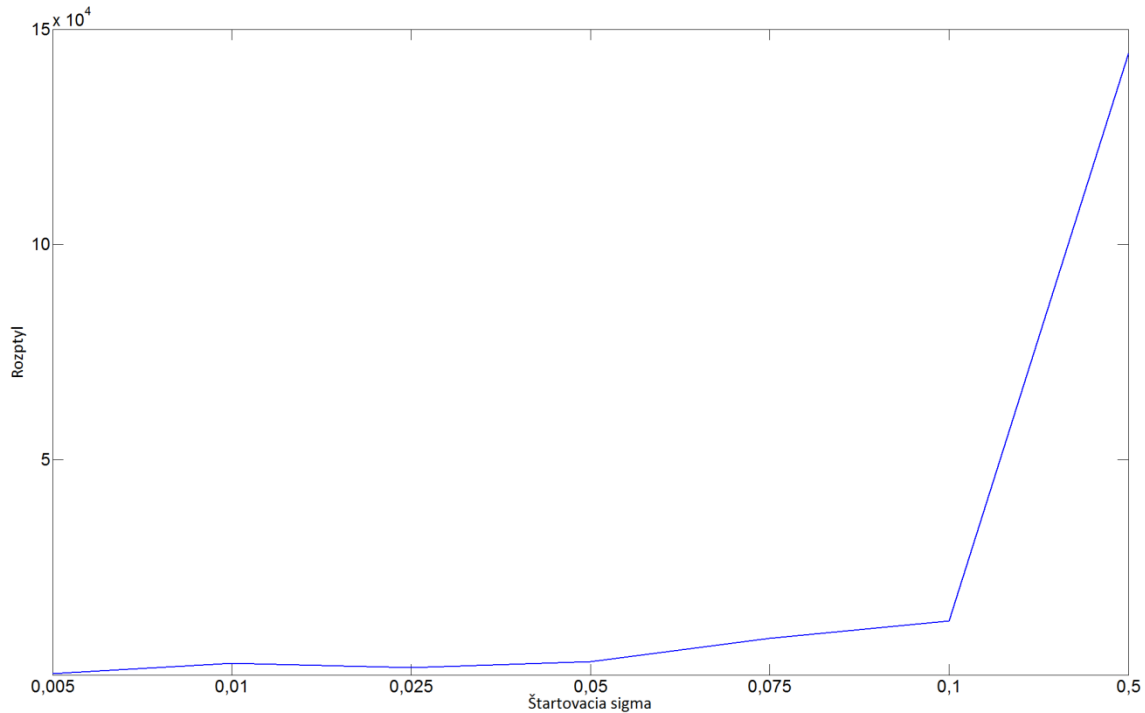
Štartovacia sigma



Obrázok č. 23. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od počiatočnej hodnoty parametra sigma.

Pre hodnoty štartovacej sigmy, je nutné brať do úvahy rozsah prípustných hodnôt parametrov jedinca. V našom prípade sa dajú prípustné hodnoty parametrov jedinca uzavrieť do intervalu reálnych čísel $[1; 1,5]$, preto je zrejmé, že hodnoty štartovacej sigmy väčšie ako 1 sú nezmyselné. Pre hodnoty rozptylu dopočítanej minimálnej energie (obrázok č. 23, súhrnné

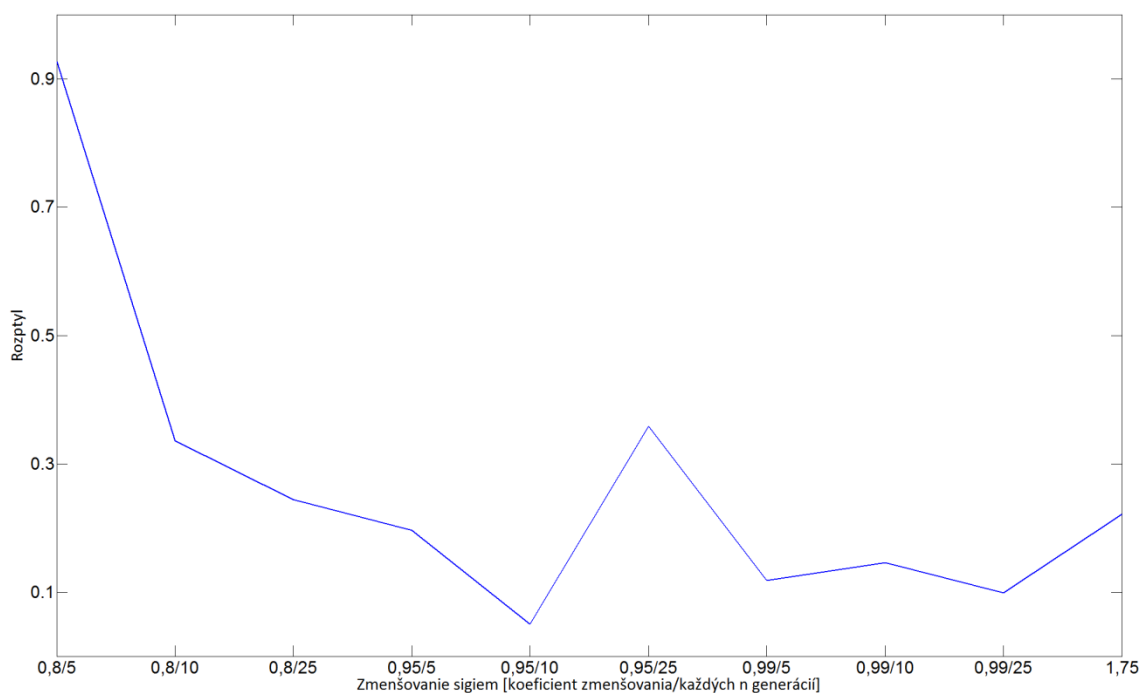
výsledky v prílohe A.4) sa ukazujú ako vhodná hodnota parametra sigma číslo z intervalu [0,025; 0,5]. časová náročnosť, vzhľadom na veľkosť štartovacej sigmy, pomaly rastie pričom za hodnotou 0,1 začína rásť prudko. S nárastom hodnoty parametra štartovacia sigma, rastie aj rozptyl hodnôt časovej náročnosti výpočtu, pričom pre hodnotu štartovacej sigmy 0,075 už má hodnotu takmer 8500 (obrázok č. 24). S rastúcou hodnotou štartovacej sigmy mierne klesá úspešnosť generovania nových potomkov. Zosumarizovaním týchto pozorovaní sa ako optimálna hodnota pre štartovaciu sigmu javí hodnota 0,05.



Obrázok č. 24. Rozptyly pre časy výpočtov v závislosti od počiatočnej hodnoty parametra sigma.

Zmenšovanie sigiem

Zo štatistického hľadiska majú parametre pre riadené zmenšovanie sigiem (súhrnné výsledky v prílohe A.5) preukázateľný vplyv len na rozptyl dopočítaných hodnôt minimálnej energie – čo bolo aj zámerom ich zavedenia do algoritmu (obrázok č. 25). Z numerických simulácií sa ukazuje ako optimálna voľba násobiť každú sigmu koeficientom 0,95 každých 10 generácií.



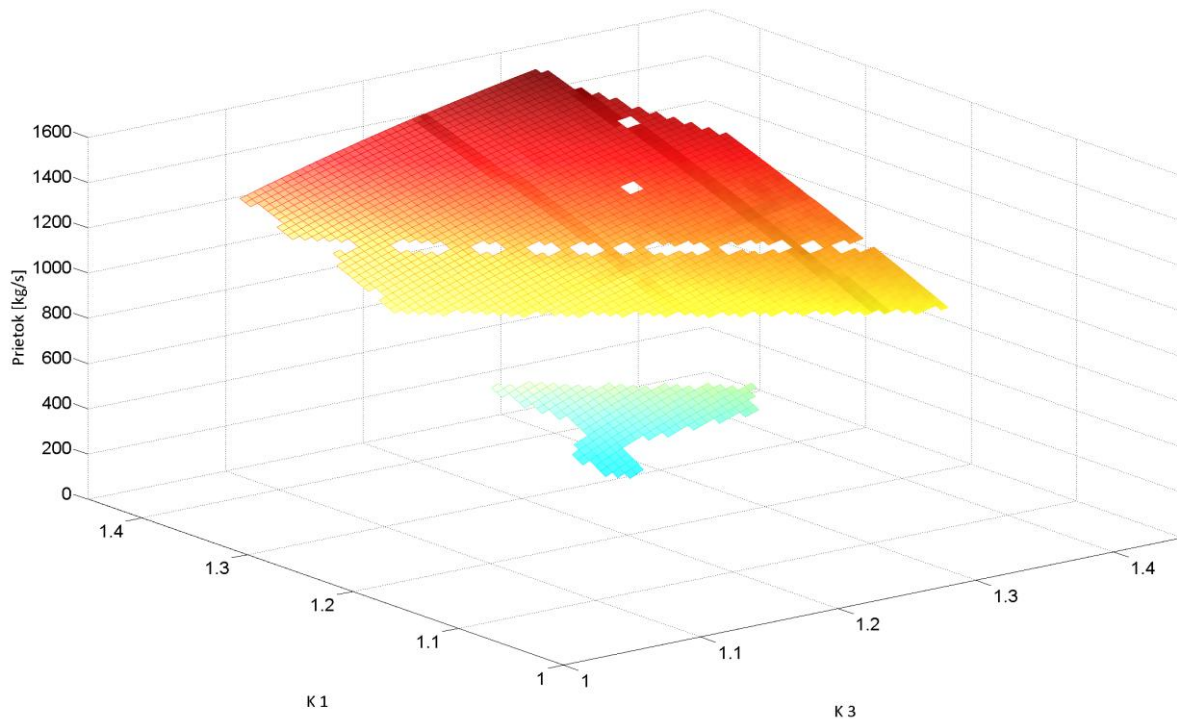
Obrázok č. 25. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.

4.1.2. Maximálny prietok

Druhou úlohou, na ktorej budeme testovať riadiace parametre nášho algoritmu bude, úloha na maximálny prietok, v kapitole č. 3 označená ako úloha č. 1. Pre zopakovanie – je to hľadanie maximálneho prietoku cez výstupné uzly, v ktorých požadujeme pevný, dopredu zadaný tlak. Sieť sme zvolili znova lineárnu, pričom tentoraz budeme mať len dvojrozmerný problém – teda prácu budú konať len dve kompresorové stanice. Počiatočný stav siete sme pre zmenu vybrali blízko optimálnemu riešeniu, aby sme mohli pozorovať citlivosť algoritmu na jednotlivé riadiace parametre v situácii, keď potrebujeme už len jemne dokonvergovať k optimálnemu riešeniu.

Tvar účelovej funkcie môžeme vidieť na obrázku č. 26. Tentoraz je síce účelová funkcia stále nesúvislá, ale aspoň pokrýva omnoho väčšiu časť oblasti vymedzenú prípustnými hodnotami parametrov jedinca. V tomto prípade to znamená oblasť definovanú karteziánskym súčinom intervalov reálnych čísel $[1; 1,45] \times [1; 1,45]$.

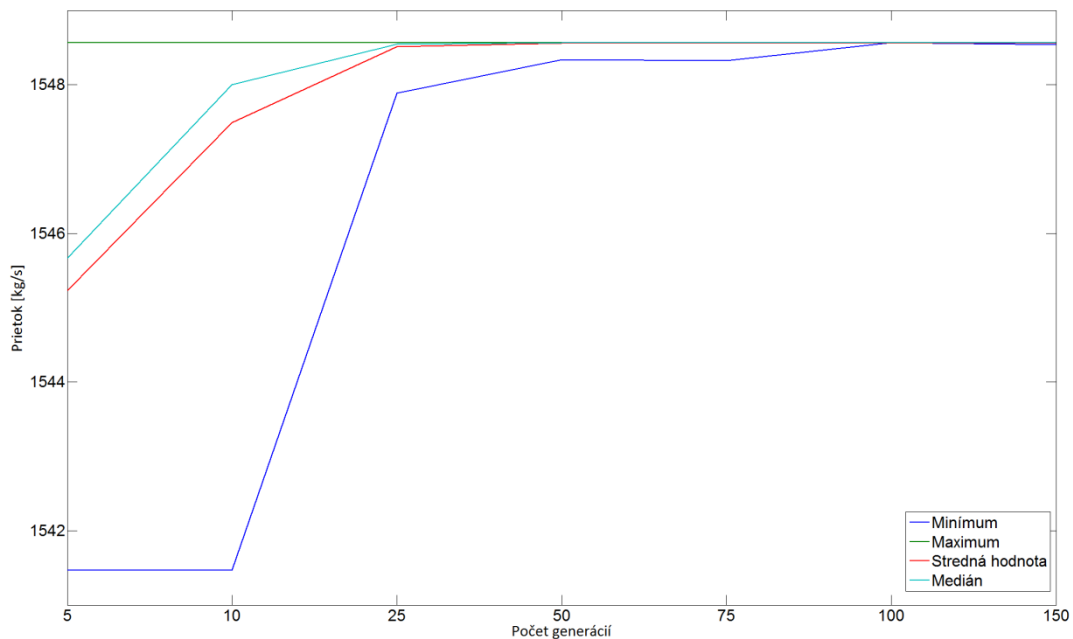
Rôzne hodnoty parametrov sme, ako pri predchádzajúcich testoch, vždy otestovali na 100 nezávislých pokusoch pri rovnakých počiatočných podmienkach a štatisticky vyhodnotili.



Obrázok č. 26. Tvar účelovej funkcie pre úlohu na maximálny prietok.

Počet generácií

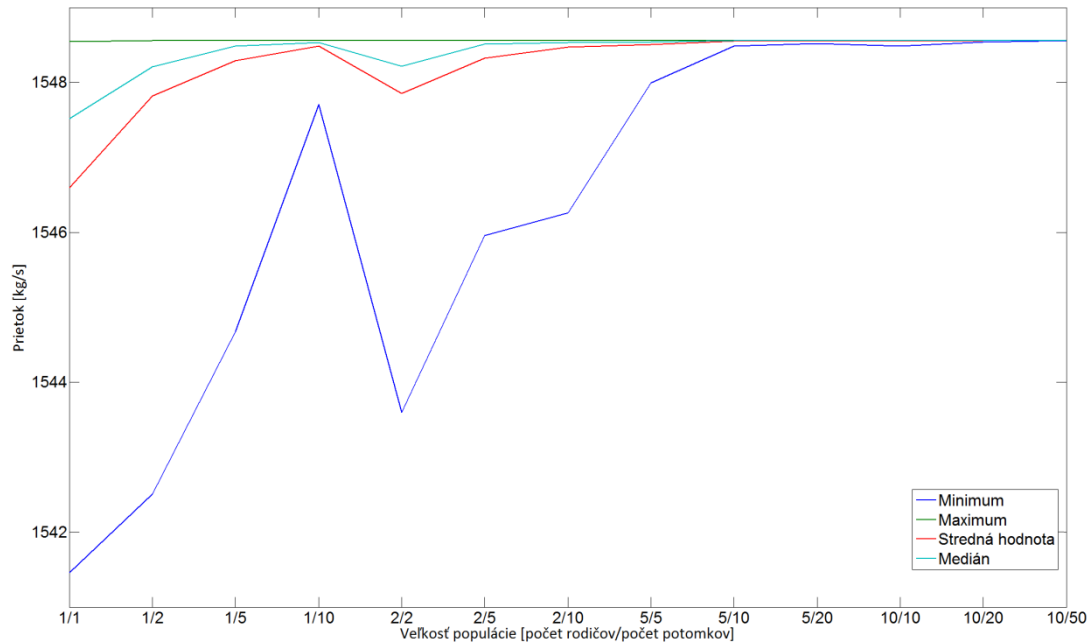
Parameter počtu generácií má veľmi podobné vlastnosti ako pri predchádzajúcej testovacej úlohe (súhrnné výsledky v prílohe B.1). S rastom počtu generácií sa zlepšujú konvergenčné vlastnosti algoritmu (obrázok 27) a predlžuje sa doba výpočtu.



Obrázok 27. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od počtu generácií.

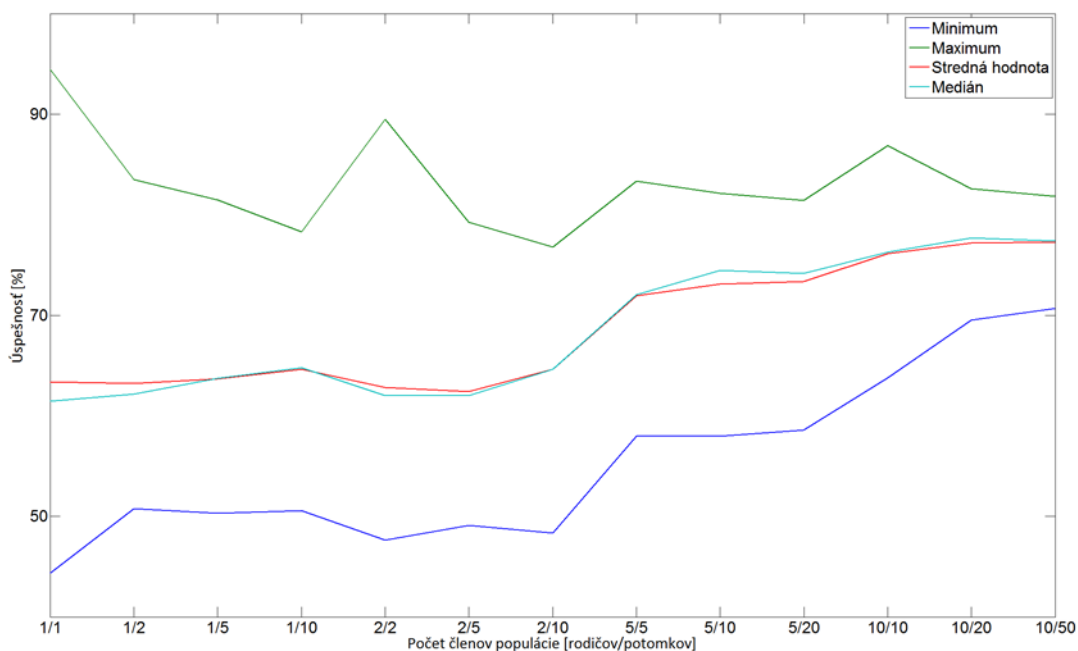
Rozptyl dopočítaných hodnôt prietoku je už od počtu 75 generácií rádovo 10^{-4} čo značí rozdiely v nájdenom optimálnom riešení menej ako desatina promile. Priemerné hodnoty úspešnosti generovania nových potomkov s počtom generácií mierne rastú, ale rozptyl pre tieto hodnoty výrazne klesá.

Počet jedincov v každej generácii



Obrázok č.28. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od veľkosti populácie.

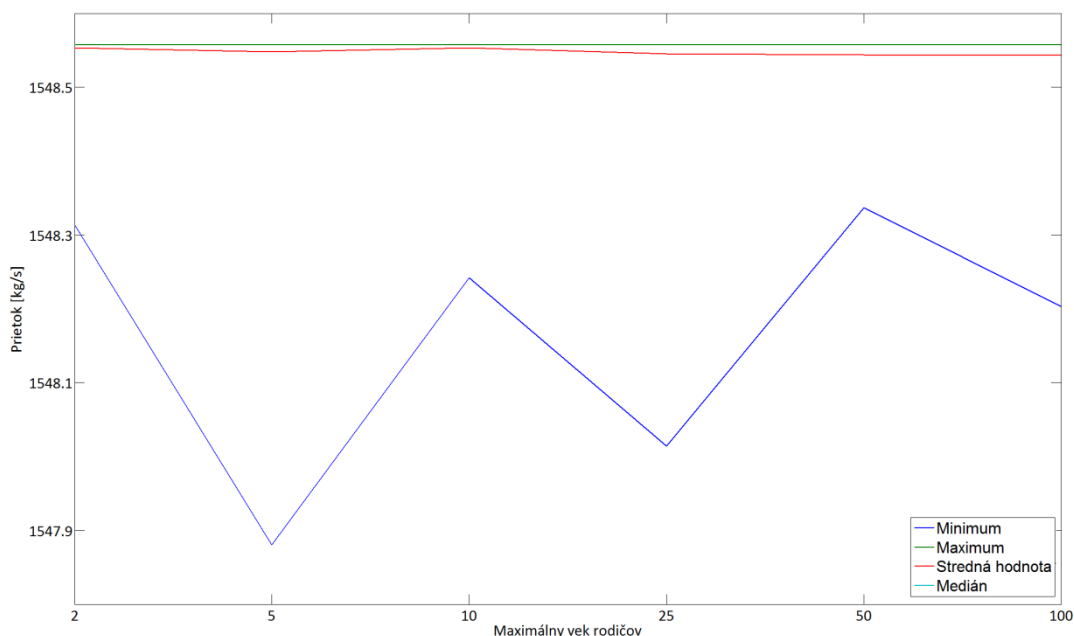
Parametre pre riadenie veľkosti populácie (súhrnné výsledky v prílohe B.2) majú takisto rovnaký vplyv na konvergenčné vlastnosti algoritmu ako v predchádzajúcej testovacej úlohe. Ukazuje sa (obrázok č. 28), že za každých okolností je lepšie mať viac potomkov ako rodičov, pričom za dostatočne veľkú populáciu je možné brať už 5 rodičov a 10 potomkov. Je to aj preto, že pri rastúcej veľkosti populácie prudko začína rásť čas výpočtu, pričom kvalita získaného riešenia nerastie rovnako rýchlo. Úspešnosť generovania nových potomkov s rastom veľkosti populácie mierne rastie (obrázok č. 29), pričom rozptyl tohto parametra klesá.



Obrázok č. 29. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od veľkosti populácie.

Maximálny vek rodičov

Pre parameter maximálneho veku rodičov (súhrnné výsledky v prílohe B.3), sa tak ako aj v predchádzajúcej testovacej úlohe ukazuje ako optimálna hodnota číslo 10. Na priemerné hodnoty dopočítaného maximálneho prietoku nemá výraznejší vplyv (obrázok č 30).

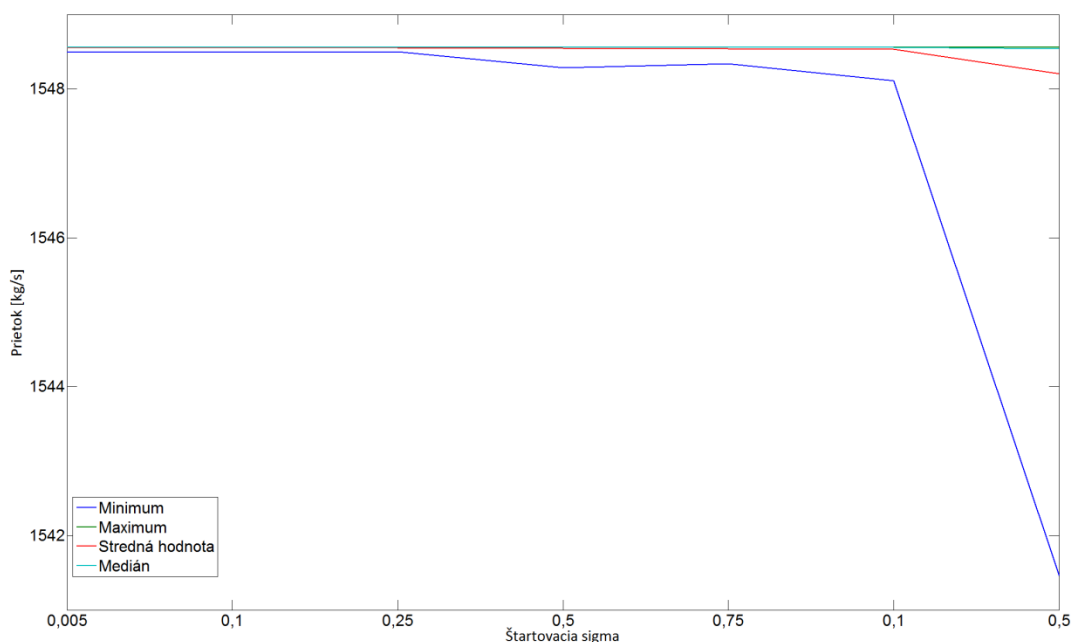


Obrázok č.30. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od maximálneho veku rodičov.

V testoch sa ale ukázalo, že pri hodnote maximálneho veku rodičov 10, sa výrazne znížili hodnoty pre rozptyl hodnôt celkového času výpočtov, ale aj pre hodnoty rozptylu úspešnosti generovania nových potomkov.

Štartovacia sigma

Pri numerických testoch parametra štartovacej sigmy sme už očakávali odlišné výsledky s porovnaním s úlohou na minimálnu energiu. Naše očakávanie bolo podložené úvahou, že ak máme v počiatočnej populácii riešenie, ktoré je veľmi blízke optimálnemu riešeniu, malo by byť pre algoritmus pri prehľadávaní výhodnejšie robiť hneď od začiatku menšie kroky. Numerické testy náš predpoklad potvrdili (súhrnné výsledky v prílohe B.4). Na obrázku č. 31 sa dá ľahko vidieť, že oproti úlohe na minimálnu energiu, kde od hodnoty 0,025 začal interval vhodných štartovacích sigiem, má v tomto prípade koniec vhodných hodnôt v čísle 0,025. Podľa našich predpokladov sú v tomto prípade oveľa vhodnejšie menšie hodnoty štartovacej sigmy.

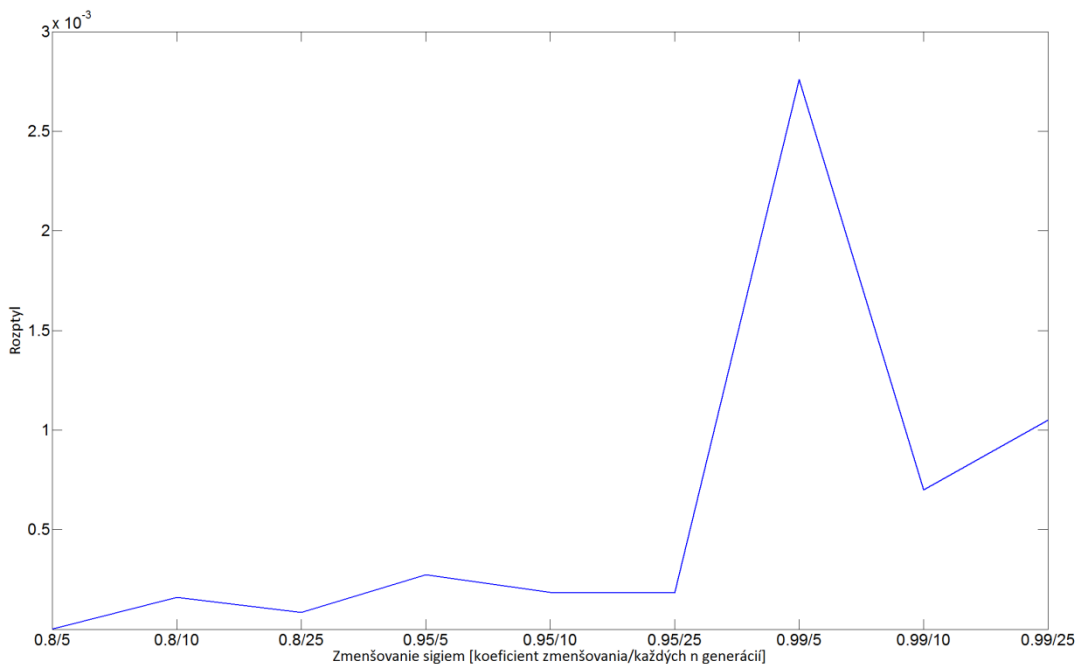


Obrázok B4.8. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od počiatočnej hodnoty parametra sigma.

Pre hodnotu rozptylu celkového času výpočtov a rozptylu pre hodnoty úspešnosti generovania nových potomkov sa ako optimálna hodnota ukázala práve hodnota 0,025.

Zmenšovanie sigiem

Parametre pre riadené zmenšovanie sigiem (súhrnné výsledky v prílohe B.5) nemajú zo štatistického hľadiska výraznejší vplyv na konvergenčné vlastnosti. Zistené rozdiely sú tak malé (najmä hodnota rozptylu dopočítaných hodnôt pre maximálny prietok, obrázok č. 32) že pri počte 100 nezávislých pokusov, nemožno s takýchto rozdielov čokoľvek vyvodzovať.

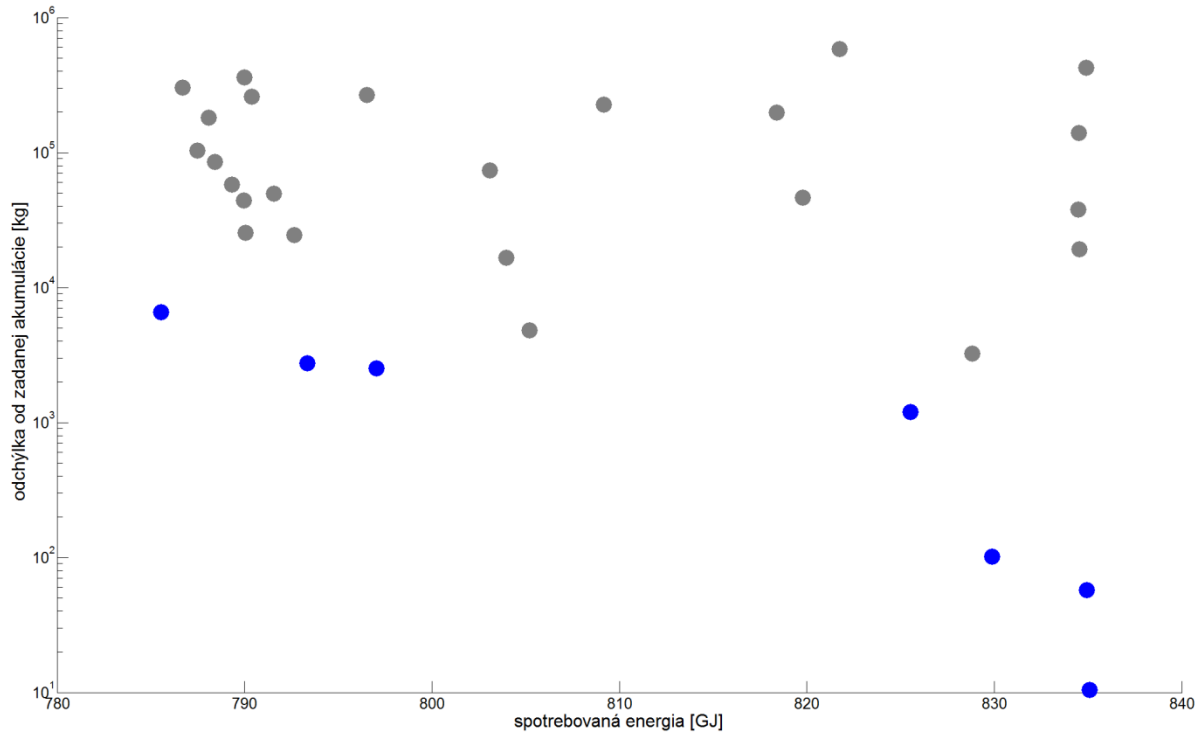


Obrázok č.32. Rozptyly pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.

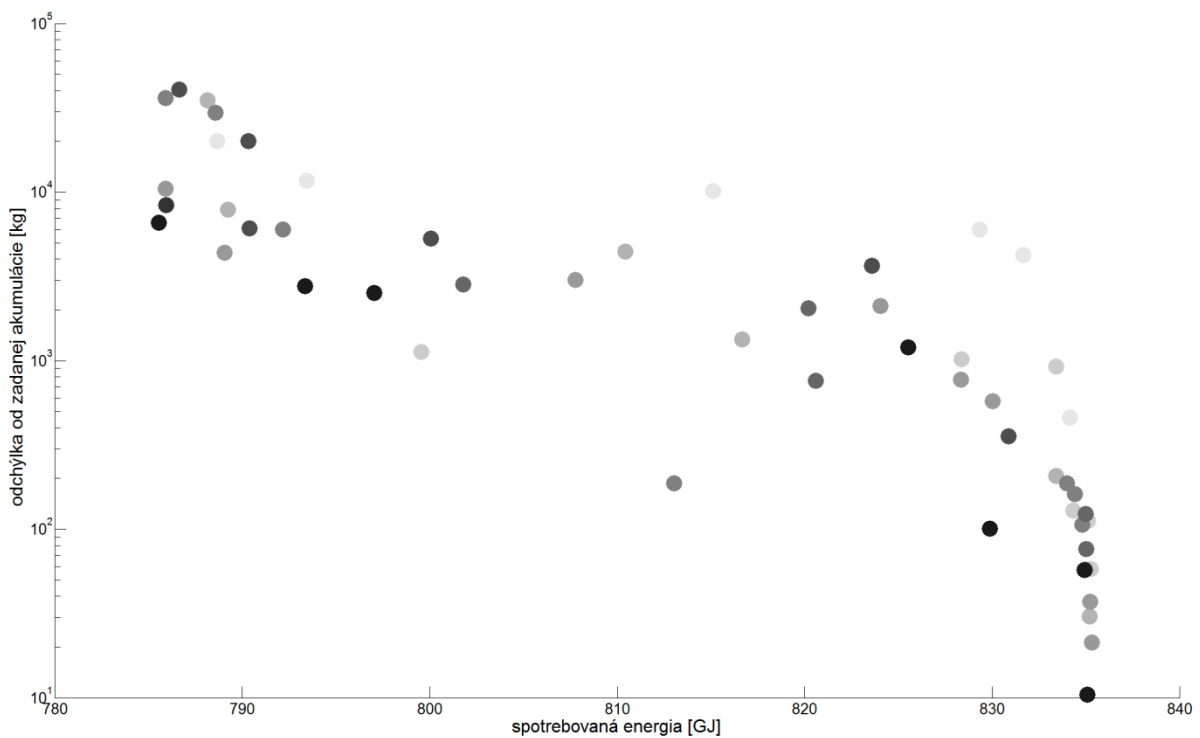
4.2. Numerická analýza multikriteriálnych optimalizačných úloh.

Len málo reálnych optimalizačných úloh z praxe vedie na úlohy jednokriteriálnej optimalizácie. Rovnako to platí aj pre plynárenskú prax. Naopak, základná úloha, ktorú riadenie prevádzky tranzitného plynovodu rieši denne, vedie práve na úlohu multikriteriálnej optimalizácie. Úlohou je prepraviť dohodnuté denné množstvo plynu cez výstupné uzly siete pri čo najmenšej spotrebe energie a zároveň zachovať v potrubnom systéme požadované množstvo akumulácie – celkové množstvo plynu v potrubnom systéme. Navrhnuť také optimálne riešenie, ktoré nehľadá na aktuálnu akumuláciu v potrubnej sieti, nie je reálne – množstvo plynu nie je odkiaľ skokovo navýšiť, ani ho nie je vhodné zo systému vypúšťať. Nami navrhovanú metódu sme numericky testovali práve na tejto úlohe, navyše znova na modeli slovenskej tranzitnej siete v reálnych prepravných podmienkach.

Požadované prepravné kapacity boli dosiahnuté vďaka prietokovým okrajovým podmienkam na výstupných uzloch siete. Požadované množstvo akumulácie, v tomto prípade to bolo 131784 ton plynu (reálne množstvo plynu v danej špecifickej situácii) a minimum spotreby energie už bolo potrebné dosiahnuť pomocou optimálneho nastavenia štyroch kompresných staníc. Typický výsledok numerických testov možno vidieť na obrázku č. 33. V prvých generáciách výpočtu je odchýlka od zadanej akumulácie rádovo v tisíckach ton. Odchýlka od zadanej akumulácie vo výslednej aproximácii Paretovej fronty však na jednom konci má už len 6,555 tony a na opačnom dokonca len 10,4 kg, čo je v porovnaní z celkovou hmotou v potrubnom systéme raz menej ako 0,005 percenta a v druhom prípade menej ako 0,000008 percenta. Ako bolo povedané v kapitole 3.5 budeme hľadať aproximáciu Paretovej množiny, ktorá vo všeobecnosti obsahuje viac ako jeden prvok. Na to aby sme vybrali z tejto množiny treba ďalšie kritérium, alebo voľbu vykoná expert, v našom prípade dispečer prevádzky potrubného systému.



Obrázok č. 33. Modré body reprezentujú konečnú reprezentáciu Paretovho frontu, sivé krúžky reprezentujú všetky predchádzajúce aproximácie Paretovho frontu počas optimalizačného výpočtu.



Obrázok 34. Každý odtieň sivej reprezentuje inú záverečnú aproximáciu Paretovho frontu v deviatich nezávislých pokusoch vyriešiť tú istú úlohu.

Na ďalšom obrázku (obrázok č. 34) sú zobrazené výsledné aproximácie Paretovho frontu pri deviatich nezávislých výpočtoch za rovnakých podmienok. Môžeme na ňom vidieť, že v oblasti aproximácie Paretovho frontu s najmenšou odchýlkou od zadanej akumulácie sa našej metóde podarilo úspešne dokonvergovať k jednej, viditeľne ostrej hranici. Na druhej strane v oblasti Paretovho frontu s minimálnou spotrebou energie je hranica aproximácie Paretovho frontu dosť rozmazaná ale stále celkom zrejماً. Naopak, v strednej časti aproximácie Paretovho frontu je rozmazaná, nezreteľná.

5. Bibliografia

1. International Gas Union, Global Vision for Gas; The Pathway towards a Sustainable Energy Future, Jún 2012.
2. The European Union of the Natural Gas Industry, Statistical Report, 2013.
3. The European Union of the Natural Gas Industry, Long-term Outlook for Gas to 2035, október 2013.
4. U.S. Energy information Administration, Annual Energy Outlook 2012 with Projection to 2035, Jún 2012.
5. *R. Z. Ríos-Mercado, C. Borraz-Sánchez*. Optimization Problems in Natural Gas Transmission Systems: A State of the Art Survey, Január 2012.
6. *R. Carter, N. Denton, M. Reisner, E. Sekimjak*. Transient Optimization – Examples and Directions, PSIG 2010, príspevok 1011.
7. *Q. P. Zheng, S. Rebennack, N. A. Iliadis, P. M. Pardalos*. Optimization Models in the Natural Gas Industry. Handbook of Power Systems I, str. 121-148. Springer-Verlag, Berlín, Nemecko, 2010.
8. *P. Ferber, U. Basu, M. Goodreau, P. Linden*. Gas pipeline Optimization. PSIG 1999, príspevok 9905.
9. *A. Kabirian, M. R. Hemmati*. A Strategic Planning Model for Gas Transmission networks. Energy Policy 35, str. 5656-5670, 2007.
10. *CH. K. Sun, V. Uraikul, Ch. W. Chan, P. Tontiwachwuthikul*. An Integrated Expert System/Operations Research Approach for the Optimization of Natural Gas Pipeline Operation. Engineering Applications of Artificial Intelligence 13, str. 465-475, 2000.
11. *H. D. Beggs*. Gas Production Operations. OGCI publications, 1984.
12. *C. Borraz-Sánchez*. Optimization Methods for Pipeline Transportation of Natural Gas. Dizertačná práca, Bergenská univerzita, Bergen, Nórsko, Október 2010.
13. *C. Borraz-Sánchez, R. Z. Ríos-Mercado*. A Hybrid Meta-heuristic Approach for Natural Gas Pipeline Network Optimization. Computer Science vol. 3636, str. 54-65, 2005.
14. *E. W. McAlister*. Pipeline Rules of Thumb, Elsevier, USA, 2009.
15. Riešiteľský kolektív MARTI. Fyzikálny pohľad na haváriu potrubia tranzitného plynovodu. Technická správa. Matematický ústav SAV, Bratislava, 2001.
16. *Demiján Sojka*. 30 rokov tranzitnej prepravy zemného plynu na Slovensku. Slovgas 5-6/2002, str. 5-9, 2002.
17. Riešiteľský kolektív MARTI. Matematický model kompresora a pohonu. Technická správa. Matematický ústav SAV, Bratislava, 2001.
18. American Petroleum Institute. Pipeline Valves, ISO 14313, API Specification 6D, 2002.
19. *C. A. Luongo, B. J. Gilmour, D. W. Schroeder*. Optimization in Natural Gas Transmission Networks: A Tool to Improve Operational Efficiency. Technical report, Stoner Associates, Inc., Huston, April 1989.
20. *H. S. Wilf*. Algorithms and Complexity. A K Peters/CRC Press, 2002.
21. *S. S. Rao*. Engineering Optimization. 4. Edícia, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey, 2009.
22. *J. Shaun*. The Max-Flow Min-Cut theorem. 2009.

23. *D. H. Wolpert, W. G. Macready.* No Free Lunch Theorem for Optimization. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, Vol. 1, No. 1, april 1997.
24. *Z. Michalewicz.* Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1996.
25. *T. Bäck, F. Hoffmeister, H. -P. Schwefel.* Survey of Evolution Strategies. Fourth International Conference on Genetic Algorithms, San Mateo, CA, 1991.
26. *H.-P. Schwefel.* Numerical Optimization for Computer Models, John Wiley, Chichester, UK, 1981.
27. *R. Z. Ríos-Mercado.* Natural Gas Pipeline Optimization. In Handbook of Applied Optimization, str. 813-826. Oxford University press, New York, 2002.
28. *R. Z. Ríos-Mercado, S. Kim, E. A. Boyd.* Efficient operation of natural gas transmission: a network-based heuristic for cyclic structures. Computers and operations research, 33:23-51, 2006.
29. *A. Peretti, P. Toth.* Optimization of pipeline for natural gas transport. European Journal of Operational Research, 11, str. 247-254, 1982.
30. *R. G. Carter.* Pipeline Optimization: Dynamic Programming after 30 Years. Huston, 1998.
31. *S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E. A. Boyd, L. R. Scott.* Model Relaxation for the Cost Minimization of Steady-State Gas Pipeline Networks. Mathematical Modeling, 31:197-220, 2000.
32. *M. Möller.* Mixed Integer Models for the Optimization of Gas Networks in the Stationary Case. Dizertačná práca, technická univerzita Darmstadt, 2004.
33. *K. Ehrhardt, M. C. Steinbach.* Nonlinear Optimization in Gas Networks. ZIB-Report 03-46, 2003
34. *A. Chebouba, L. Amadeo, F. Yalaoni, A. Smati.* Optimization of Natural Gas Pipeline Transportation using Ant Colony Optimization Algorithm. CPI, Rabat, Maroc, 2007.
35. *S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E. A. Boyd, L. R. Scott.* Model Relaxation for the Fuel Cost Minimalization of Steady-state Gas Pipeline Networks. Mathematical and Computer Modeling, 31(2-3), 197-220, 2000.
36. *K. F. Pratt, J. G. Wilson,* Optimization of the Operation of Gas Transmission systems. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 6(5), str. 261-269, 1984.
37. *F. B. Percell, M. J. Ryan.* Steady-state Optimization of Gas Pipeline Network Operation. PSIG 1987, príspevok 8703.
38. *H. J. Flores-Villarreal, R. Z. Ríos-Mercado.* Computational experience with a GRG method for minimizing fuel consumption on cyclic natural gas networks. Computational methods in circuits and systems applications, 90-94, 2003.
39. *P. J. Wong , R. E. Larson.* Optimization of Natural-gas Pipeline Systems via Dynamic Programing. IEEE Transactions on Automatic Control, AC-13(5), str. 475-481, 1968.
40. *P. J. Wong , R. E. Larson.* Optimization of Tree-structured Natural-gas Transmission Networks. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 24(3), str. 613-626, 1968.
41. *H. I. Zimmer.* Calculating Optimum Pipeline Operations. Presented at the AGA Transmission Conference, 1975.
42. *D. J. Wilde.* Strategies for Optimizing macrosystems. Chemical Engineerings Progress, 61(3), str. 86-93, 1965.

43. *R. Aris, G. L. Nemhauser.* Optimization of Multistage Cyclic and Branching Systems by Serial Procedures. *A.I.Ch.E. Journal*, 10(6), str. 913-919, 1965.
44. *L. R. Ford, D. R. Fulkerson.* Maximal Flow through a Network. *Canadian Journal of Mathematic* 8, str. 399-404, 1956.
45. *J. Edmonds, M. Karp.* Theoretical Improvements in Algorithmic Efficiency for Network Flow Problems. *Journal of the ACM*, Vol. 19, č. 2, str. 248-264, 1972.
46. *H. S. Wilf,* Algorithms and Complexity, Internet edition, leto, 1994.
47. *F. Y. Edgeworth.* Mathematical phisycs. P. Keagan, London, England, 1881.
48. *V. Pareto.* Cours d'economie politique, vol. 1 a 11, F. Rouge, Lausanne, 1896.
49. *E. Zitzler.* Evolutionary Algorithms for multiobjective optimization: Methodes and applications, dizertačná práca, swiss federal institute of technology Zurich, 1999.
50. *J.Haddad, R.M.Behbahani.* Optimization of a Natural Gas Transmission System, *International journal of computer application*, vol. 66- No. 11, marec 2013.
51. *R. Hajossy, A. Huček, P. Somora, T. Žáčik,* Acceleration of the computations in gas transport optimization. In: *Conference Proceedins of Inter–Academia 2002*, Bratislava. Eds. Kováčik D., Chudý V., Comenius University and Union of Slovak Mathematicians and Physicist, pp. 90–94.
52. *T. Žáčik. P. Somora, R. Hajossy.* Modeling and Optimizing in Slovak Gas Transmission Network. In *Proceedings of the Pipeline Simulation Interest Group, PSIG Annual Meeting*, 16-19 April, 2013, Prague, Czech Republic, Paper number PSIG-1319, 2013.
53. *R. S. Rosenberg.* Simulation of genetic population with biochemical properties. Dizertačná práca, University of Michigan, Ann harbor, Michigan, 1967.
54. *I. Das, J. Dennis.* A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriterial optimization problems. *Structural optimization*, 14(1) 63-69, 1997.
55. *C. A. Coello Coello.* A short tutorial on evolutionary multiobjective optimization. *First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, pages 21-40. Springer-Verlag. *Lecture Notes in Computer Science* No. 1993, 2001

6. Obrázková a tabuľková príloha

Príloha obsahuje obrázkové a tabuľkové výstupy z numerických testov popísaných v štvrtej kapitole. Je rozdelená na dve časti:

Časť A – obsahuje výsledky testov pre úlohu na minimálnu energiu, ktoré sú popísané v podkapitole 4.1.1.

Časť B – obsahuje výsledky testov pre úlohu na maximálny prietok, ktoré sú popísané v podkapitole 4.1.2.

Obe časti sú rozdelené vždy na 5 menších celkov, kde je každý venovaný testom jedného parametra, prípadne dvojice riadiacich parametrov, vždy v rovnakom poradí (namiesto X treba dosadiť A alebo B):

X.1 – maximálny počet generácií,

X.2 – veľkosť populácie, teda počet rodičov a počet potomkov,

X.3 – maximálny vek rodičov,

X.4 – počiatočná hodnota parametra σ a nakoniec

X.5 – riadené znižovanie sigiem, teda koeficient znižovania sigiem α a počet generácií po ktorých k tomuto znižovaniu dôjde.

Každý takýto celok má rovnakú formu:

Najskôr obsahuje *sériu grafov*, z ktorých každý pre dané hodnoty riadiacich parametrov zobrazuje priebeh konvergence každého zo 100 nezávislých pokusov. Pod pojmom priebeh konvergence máme na mysli lomenú čiaru, ktorá spája najlepšie hodnoty účelovej funkcie v každej generácii.

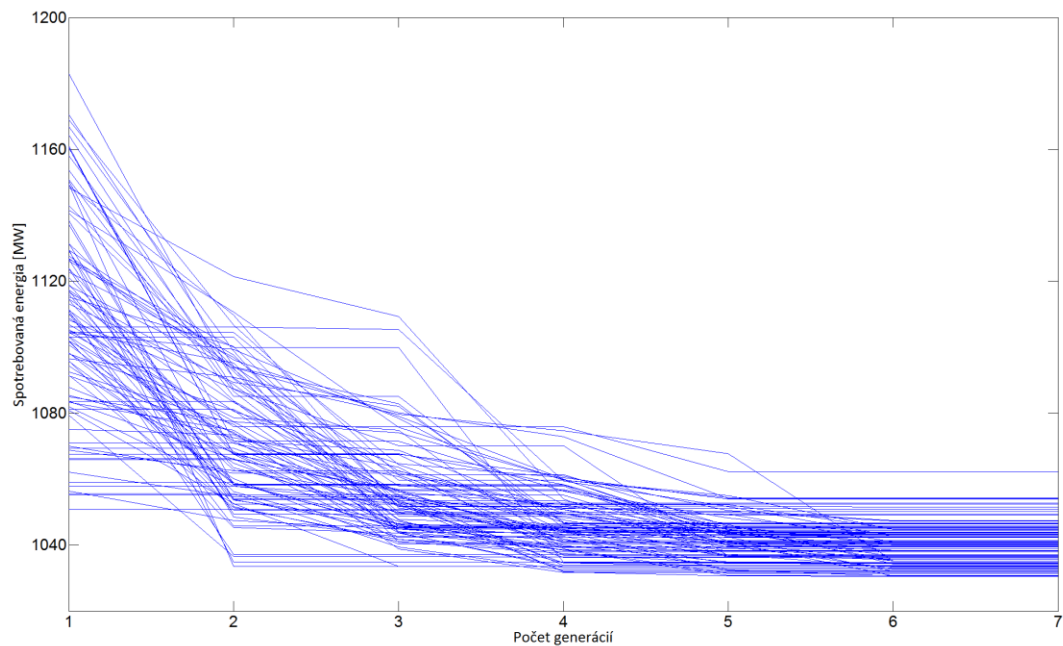
Po grafoch nasledujú *tabuľky* so štatistickým vyhodnotením konvergenčných vlastností. Každá tabuľka je zostavená z údajov získaných z už vykonaných pokusov za rovnakých podmienok a s rovnakými hodnotami riadiacich parametrov. Sledovali sme tri základné parametre, a to: dopočítanú hodnotu účelovej funkcie, celkový čas výpočtu a úspešnosť generovania nových potomkov.

Popri tejto trojici sme analyzovali aj štatistické vlastnosti dopočítaných hodnôt parametrov jedinca. Pre každý sledovaný parameter nás zaujímala: maximálna a minimálna hodnota, stredná hodnota, medián, smerodajná odchýlka a rozptyl.

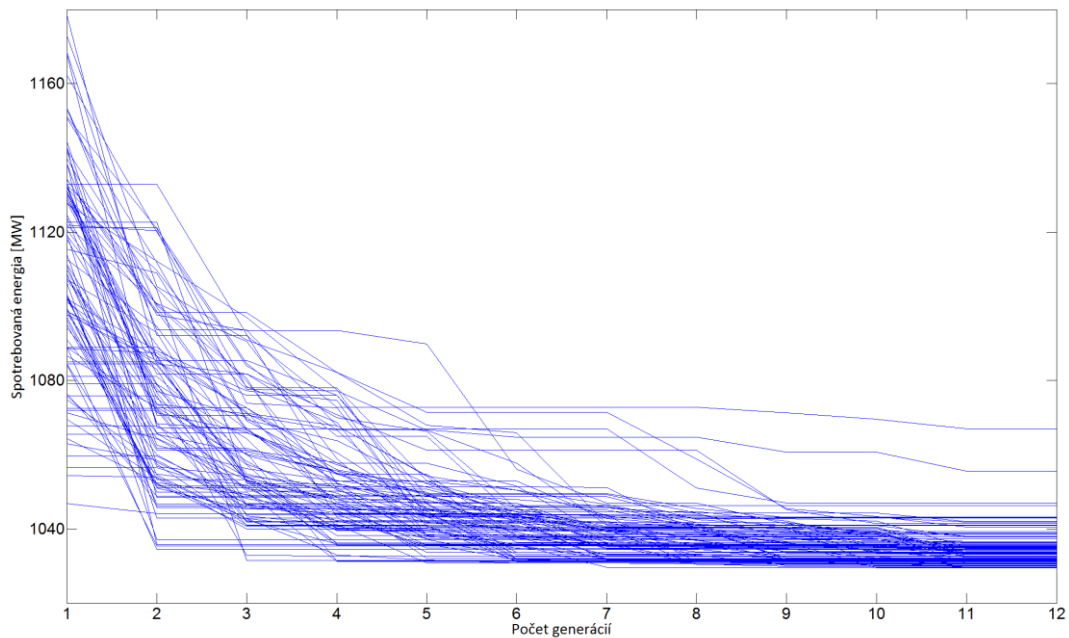
Po sérii tabuliek nasleduje *záverečná skupina grafov*. Vždy sa skladá z troch dvojíc obrázkov a vždy v poradí dva obrázky pre účelovú funkciu, dva pre čas výpočtu a dva pre úspešnosť generovania nových potomkov. Prvý z každej dvojice obrázkov zobrazuje hodnoty maxima, minima, strednej hodnoty a mediánu pre jeden z trojice základných sledovaných parametrov v závislosti od zmeny sledovaného riadiaceho parametra algoritmu. Druhý obrázok potom zobrazuje hodnotu rozptylu jedného z trojice parametrov v závislosti od hodnôt sledovaného riadiaceho parametra algoritmu.

A. Úloha na minimálnu energiu

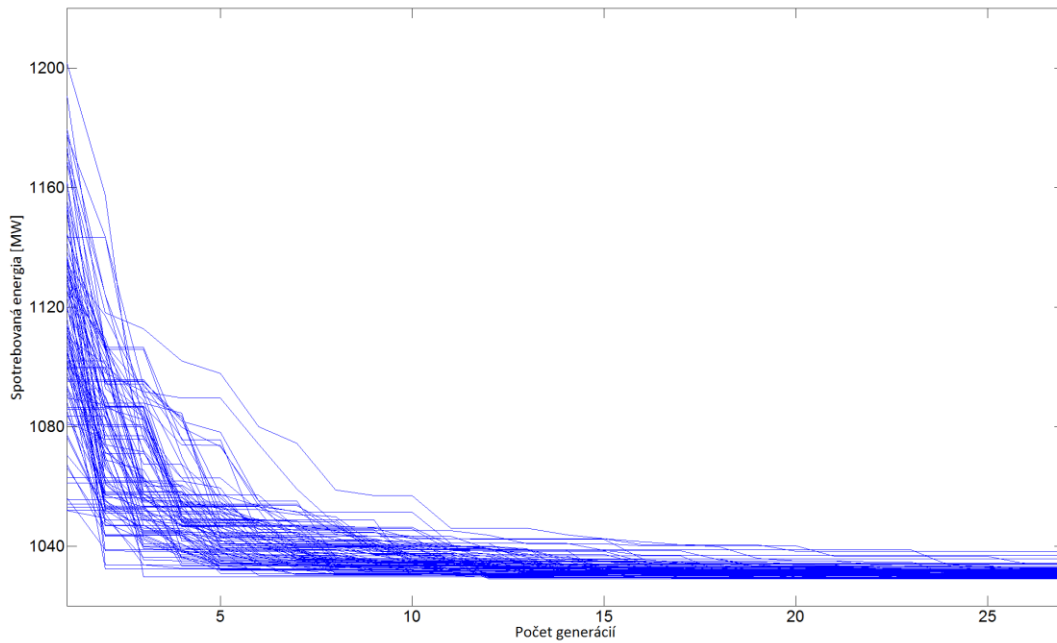
A1. Počet generácií



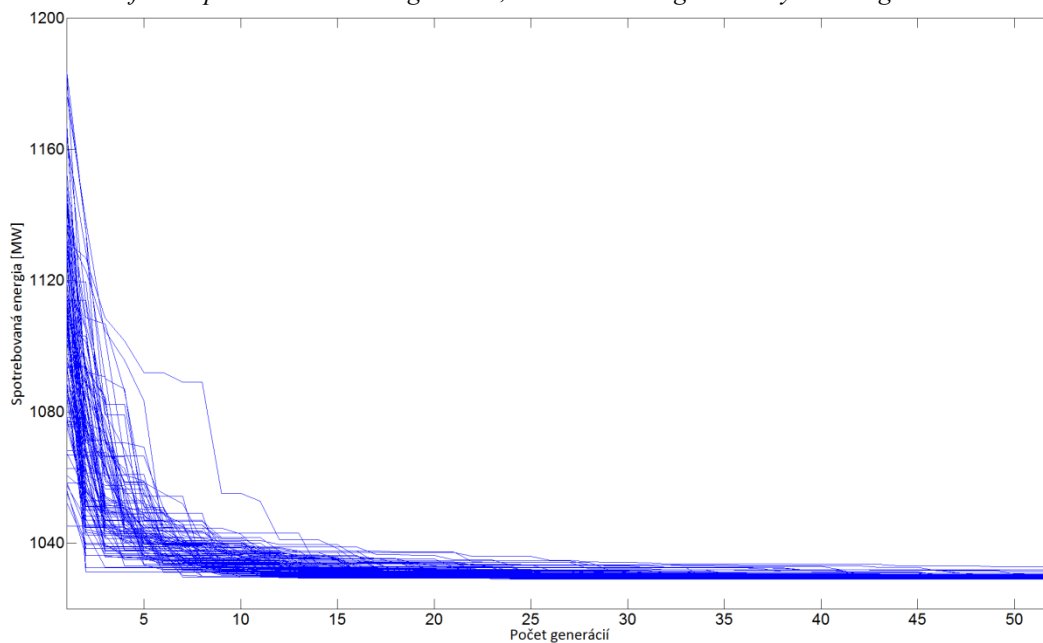
Obrázok A1.1. Priebeh konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 5 generácií.



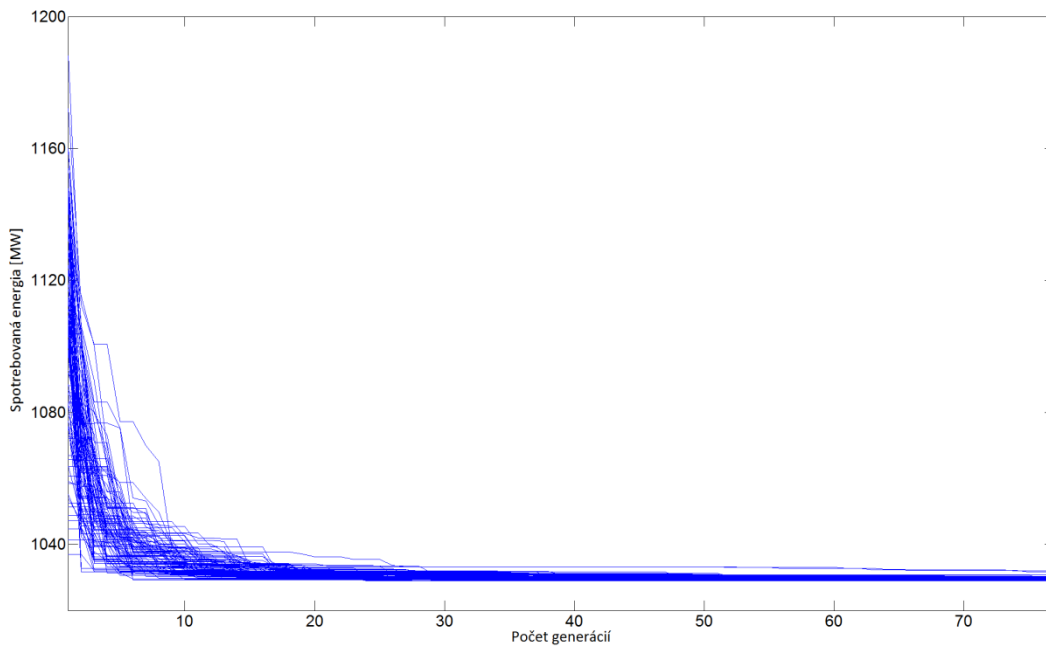
Obrázok A1.2. Priebeh konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 10 generácií.



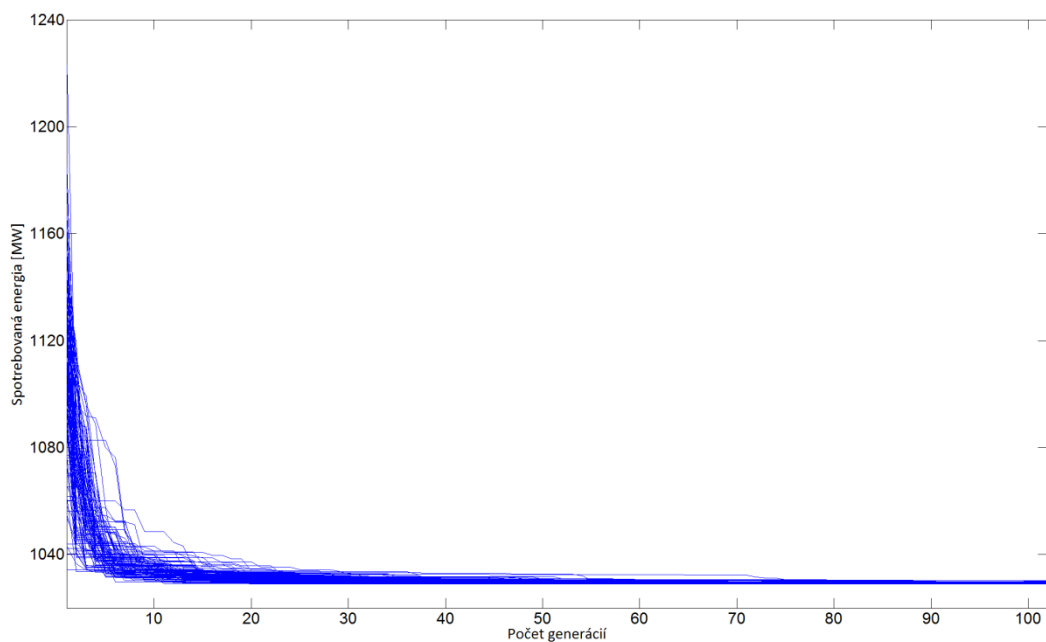
Obrázok A1.3. Priebeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 25, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 25, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 25 generácií.



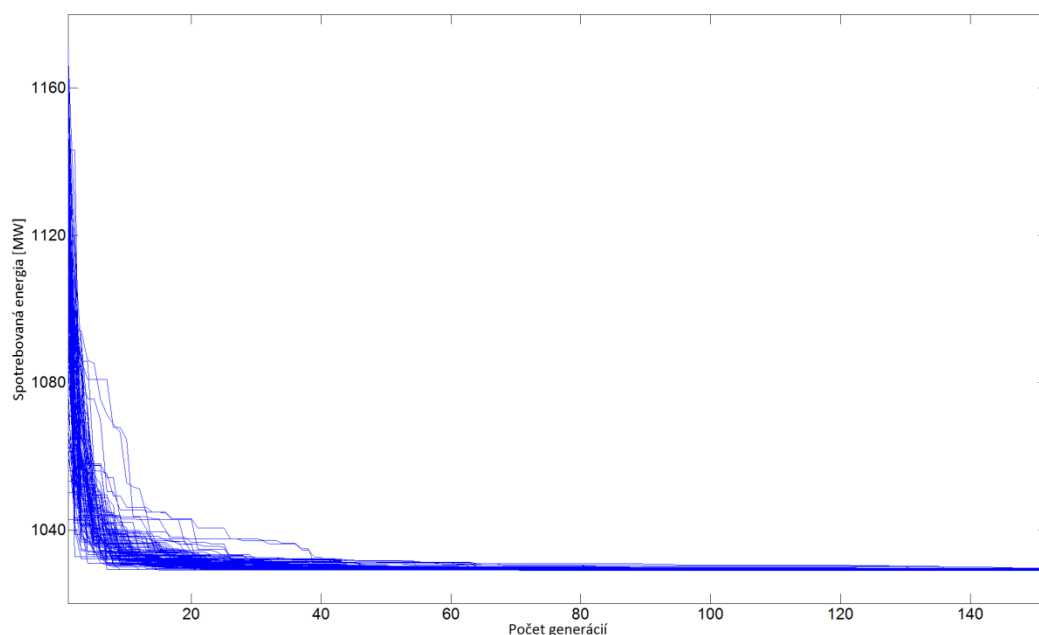
Obrázok A1.4. Priebeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok A1.5. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrázok A1.6. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 100, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 100, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 100 generácií.



Obrázok A1.7. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 150, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 150, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 150 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1030,55	1,42555	1,26209	1,10142	1,42555	16,844	2,21843
Maximum	1062,32	1,44	1,32984	1,17769	1,44	47,437	9,25926
Stredná hodnota	1040,2948	1,439511	1,3001663	1,1447518	1,439511	31,52607	4,1243931
Medián	1039,87	1,44	1,30076	1,144375	1,44	30,7655	3,94973
Smerodajná odchýlka	6,411234376	0,002035368	0,012327556	0,015592203	0,002035368	5,723925546	1,029978128
Rozptyl	41,10392622	4,14272E-06	0,000151969	0,000243117	4,14272E-06	32,76332366	1,060854945

Tabuľka A1.1. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 5 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,52	1,43275	1,26903	1,12278	1,43275	28,719	3,61362
Maximum	1066,95	1,44	1,3227	1,1762	1,44	66,344	11,1583
Stredná hodnota	1035,0711	1,4398479	1,3049045	1,1499603	1,4398479	45,79634	6,2020627
Medián	1033,765	1,44	1,306705	1,150125	1,44	44,617	5,82154
Smerodajná odchýlka	5,425820032	0,000911472	0,010672611	0,011062779	0,000911472	8,953049231	1,513128069
Rozptyl	29,43952302	8,3078E-07	0,000113905	0,000122385	8,3078E-07	80,15709053	2,289556552

Tabuľka A1.2. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 10 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,03	1,43874	1,29094	1,1203	1,43874	52,203	5,48359
Maximum	1038,02	1,44	1,3197	1,17156	1,44	149,313	15,9774
Stredná hodnota	1030,904	1,4399861	1,3071341	1,1533144	1,4399861	83,81593	9,6982287
Medián	1030,635	1,44	1,30745	1,155635	1,44	80,3825	9,274465
Smerodajná odchýlka	1,622409979	0,000126442	0,004698237	0,009527416	0,000126442	20,09769512	2,319345293
Rozptyl	2,632214141	1,59877E-08	2,20734E-05	9,07717E-05	1,59877E-08	403,9173493	5,37936259

Tabuľka A1.3. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 25, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 25, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 25 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,02	1,44	1,29963	1,13845	1,44	65,719	5,82524
Maximum	1032,8	1,44	1,31907	1,16879	1,44	292,656	26,7337
Stredná hodnota	1029,5707	1,44	1,3066931	1,1577995	1,44	140,90358	12,7488523
Medián	1029,365	1,44	1,30627	1,15812	1,44	130,797	12,305
Smerodajná odchýlka	0,607415879	1,33898E-15	0,003320253	0,005095297	1,33898E-15	40,79641057	3,271711757
Rozptyl	0,368954051	1,79287E-30	1,10241E-05	2,59621E-05	1,79287E-30	1664,347115	10,70409782

Tabuľka A1.4. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43991	1,30142	1,13562	1,43991	116,563	5,72838
Maximum	1032	1,44	1,31373	1,16735	1,44	490,75	21,8968
Stredná hodnota	1029,3577	1,4399991	1,3069472	1,158703	1,4399991	199,6525	14,2365858
Medián	1029,215	1,44	1,30666	1,15806	1,44	179,0465	14,4711
Smerodajná odchýlka	0,470252146	9E-06	0,002629383	0,005169729	9E-06	65,82256747	3,707324118
Rozptyl	0,221137081	8,1E-11	6,91366E-06	2,67261E-05	8,1E-11	4332,610389	13,74425211

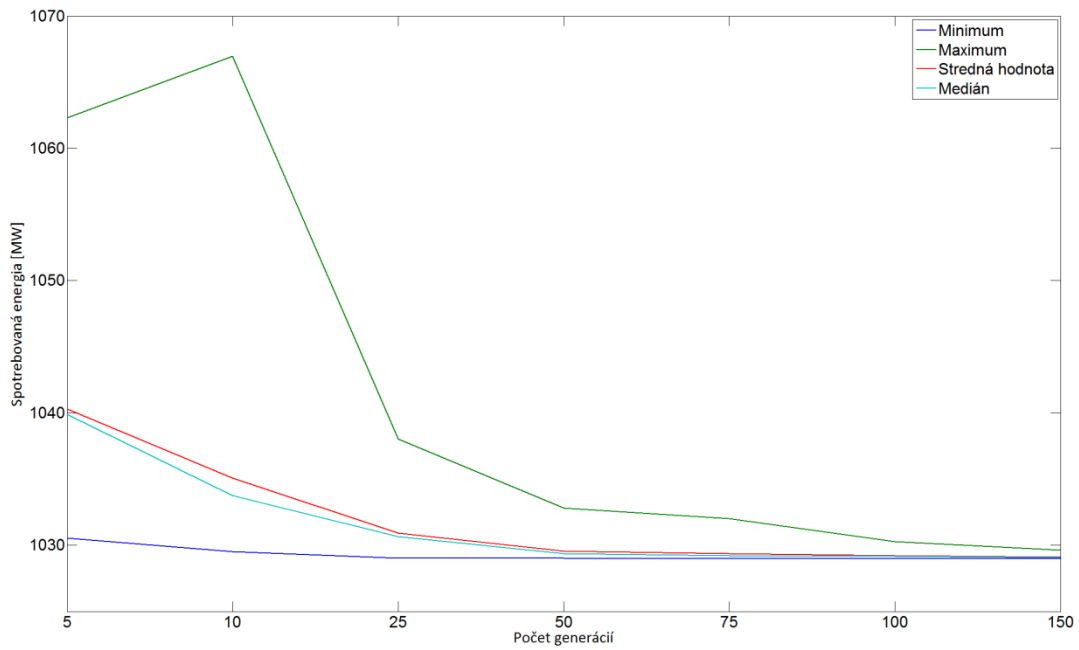
Tabuľka A1.5. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43978	1,30222	1,1486	1,43978	126,484	4,81345
Maximum	1030,27	1,44	1,31591	1,1675	1,44	722	31,2597
Stredná hodnota	1029,2199	1,4399971	1,3069794	1,1589019	1,4399971	251,5556	15,6877035
Medián	1029,16	1,44	1,30661	1,15784	1,44	234,703	15,4856
Smerodajná odchýlka	0,224456673	2,30193E-05	0,002543356	0,004169853	2,30193E-05	93,03480036	4,465307176
Rozptyl	0,050380798	5,29889E-10	6,46866E-06	1,73877E-05	5,29889E-10	8655,474078	19,93896818

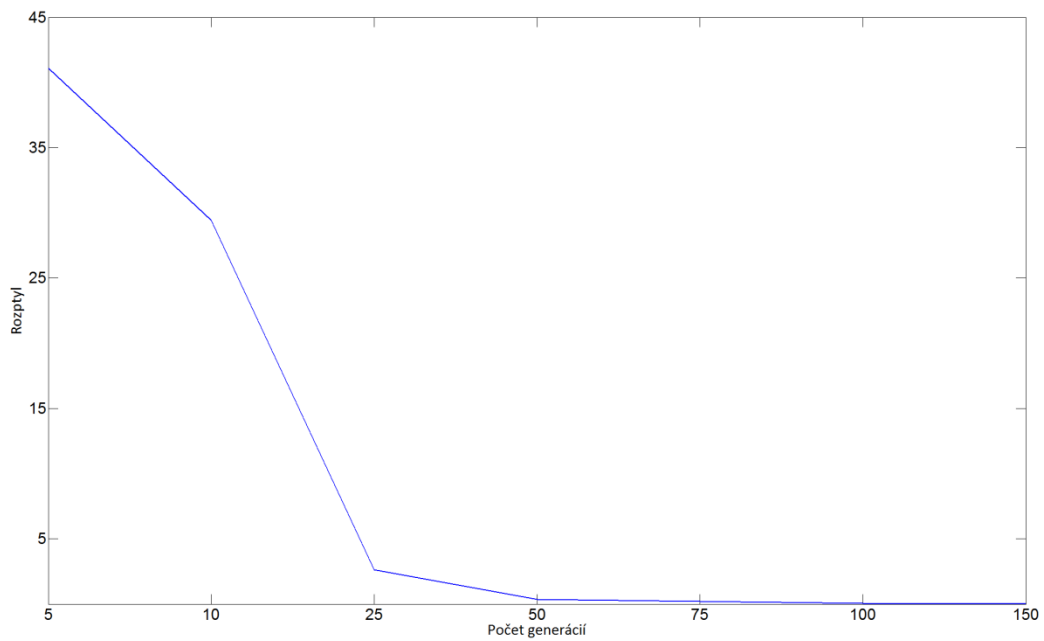
Tabuľka A1.6. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 100, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 100, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 100 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43985	1,3028	1,15237	1,43985	183,078	4,22555
Maximum	1029,65	1,44	1,31228	1,16678	1,44	1400,41	31,9872
Stredná hodnota	1029,1087	1,4399983	1,3072573	1,159778	1,4399983	375,3711	16,9899994
Medián	1029,075	1,44	1,306695	1,15837	1,44	320,976	17,12065
Smerodajná odchýlka	0,121128157	1,51127E-05	0,00245641	0,003940248	1,51127E-05	179,9724765	5,483718776
Rozptyl	0,01467203	2,28394E-10	6,03395E-06	1,55256E-05	2,28394E-10	32390,09228	30,07117161

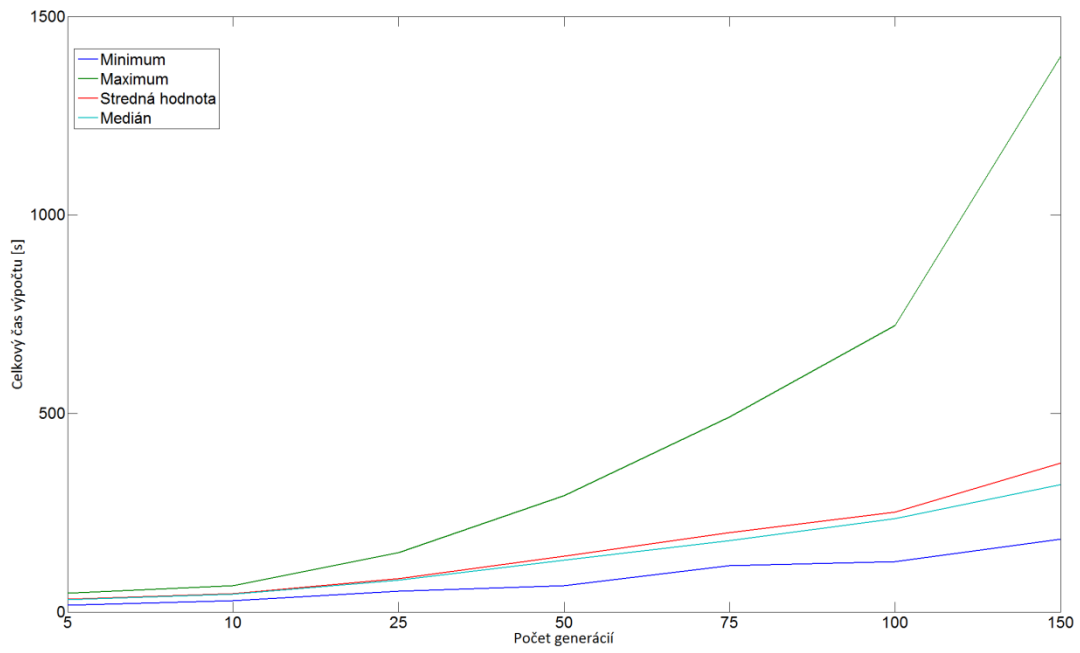
Tabuľka A1.7. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 150, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 150, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 150 generácií.



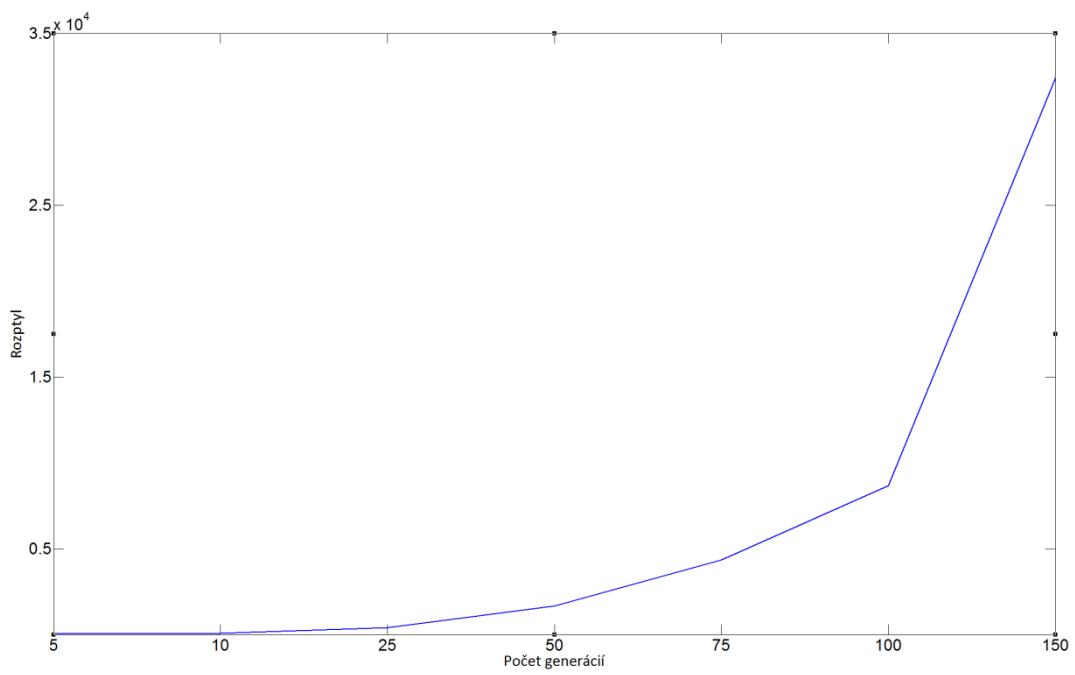
Obrázok A1.8. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od počtu generácií.



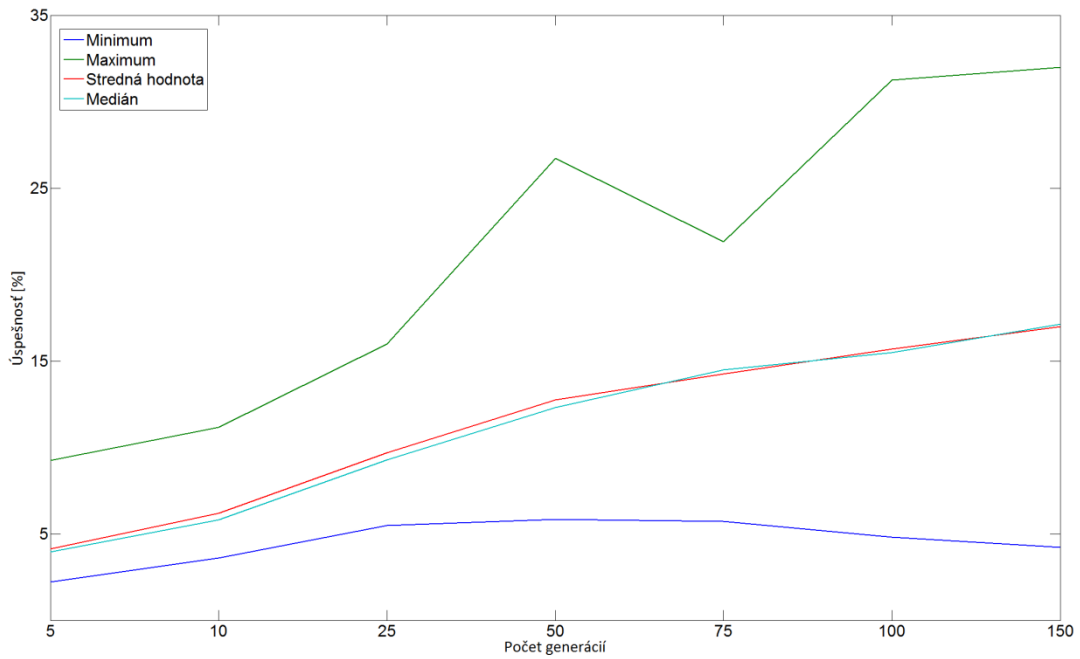
Obrázok A1.10. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie vzhľadom na počet generácií.



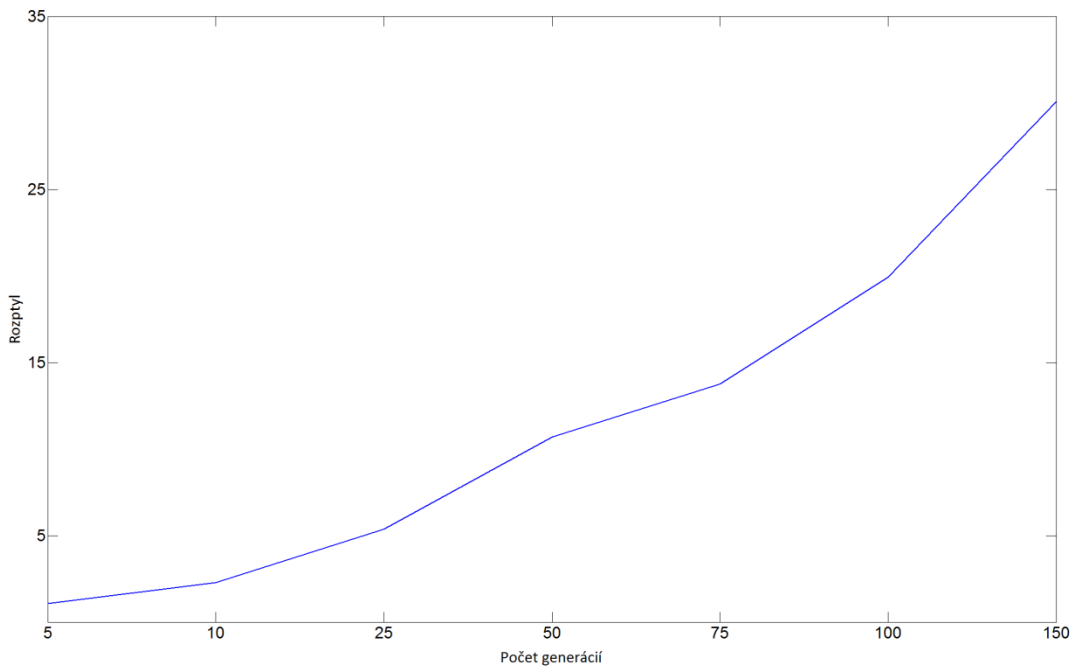
Obrázok A1.11. Štatistické parametre pre časy výpočtov v závislosti od počtu generácií.



Obrázok A1.13. Rozptyly pre časy výpočtov v závislosti od počtu generácií.

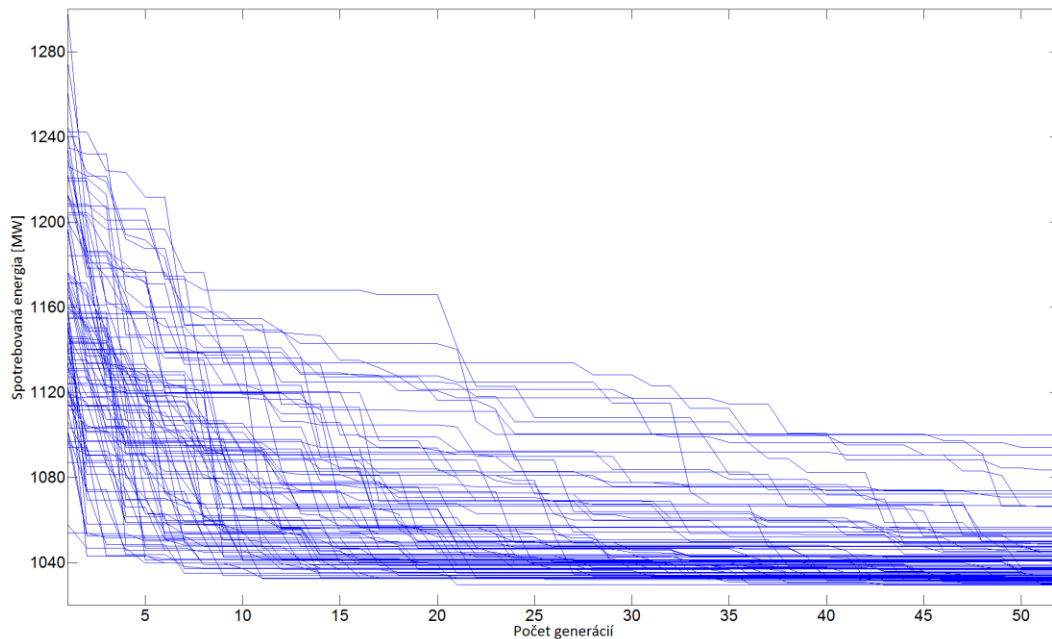


Obrázok A1.14. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počtu generácií.

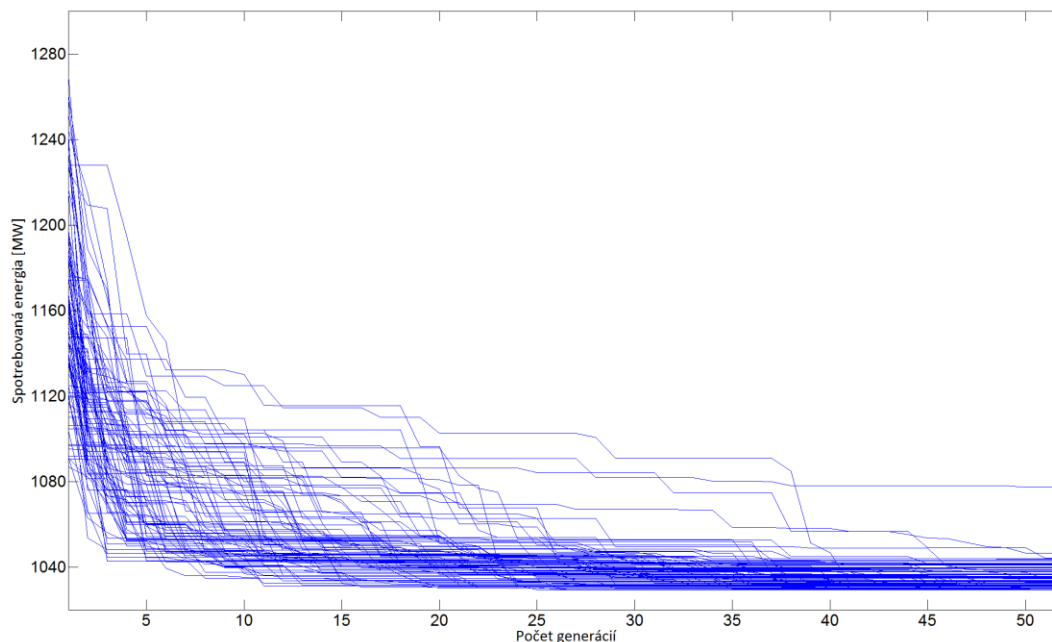


Obrázok A1.16. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počtu generácií.

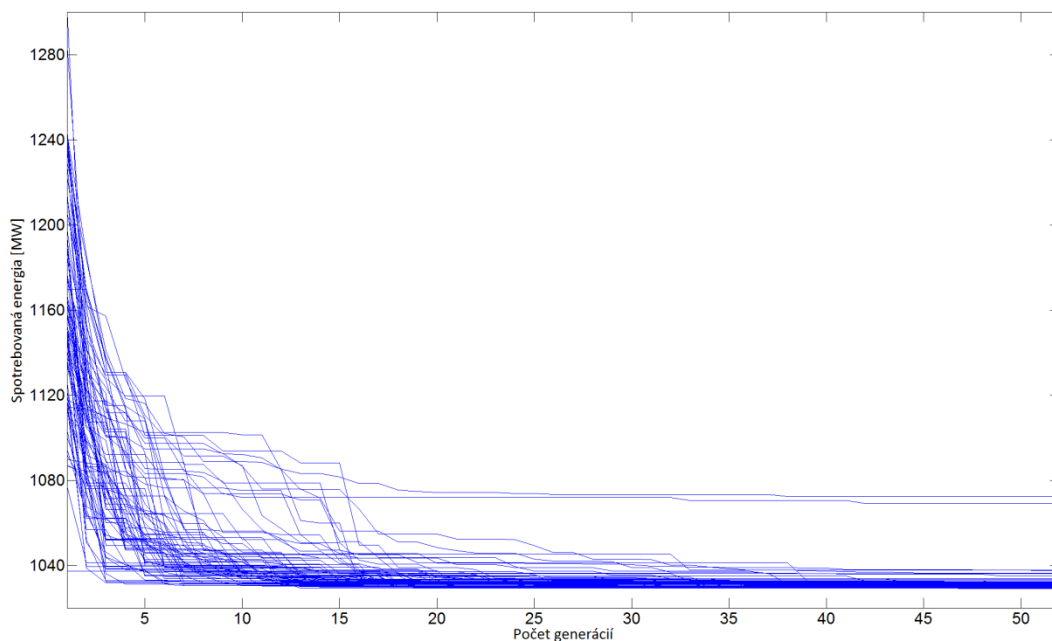
A2. Počet členov v každej generácii



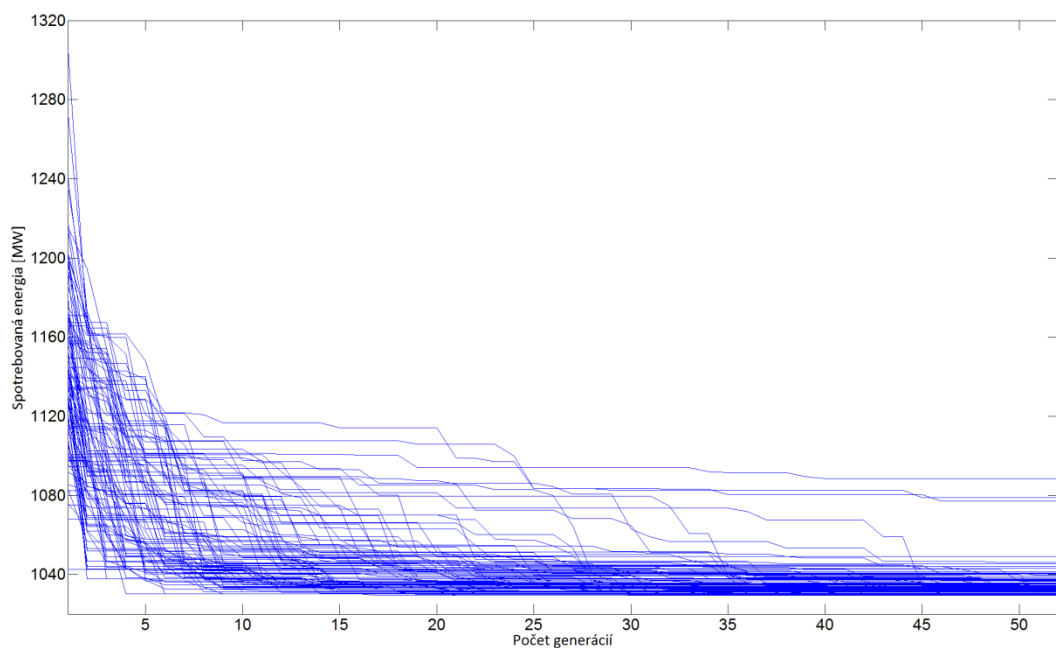
Obrázok A2.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 1, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



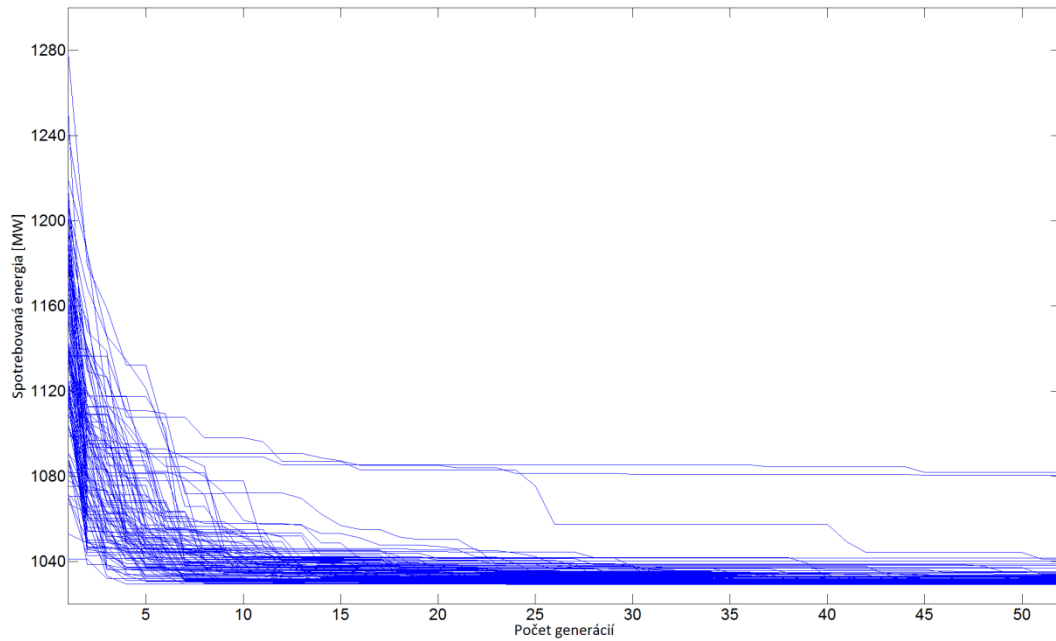
Obrázok A2.2. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 2, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



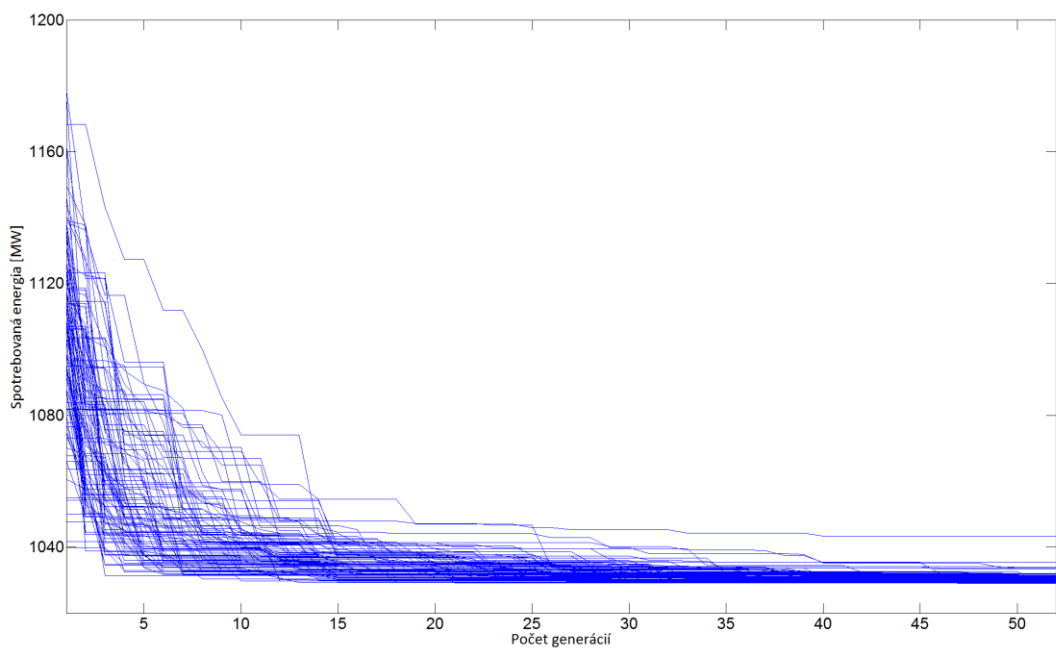
Obrázok A2.3. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



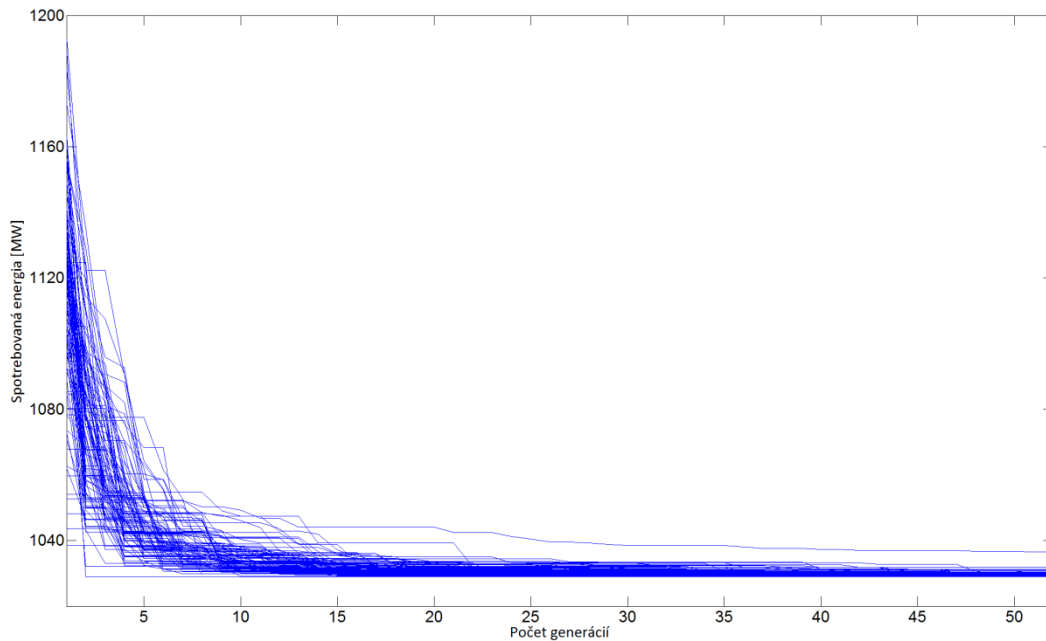
Obrázok A2.4. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 2, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



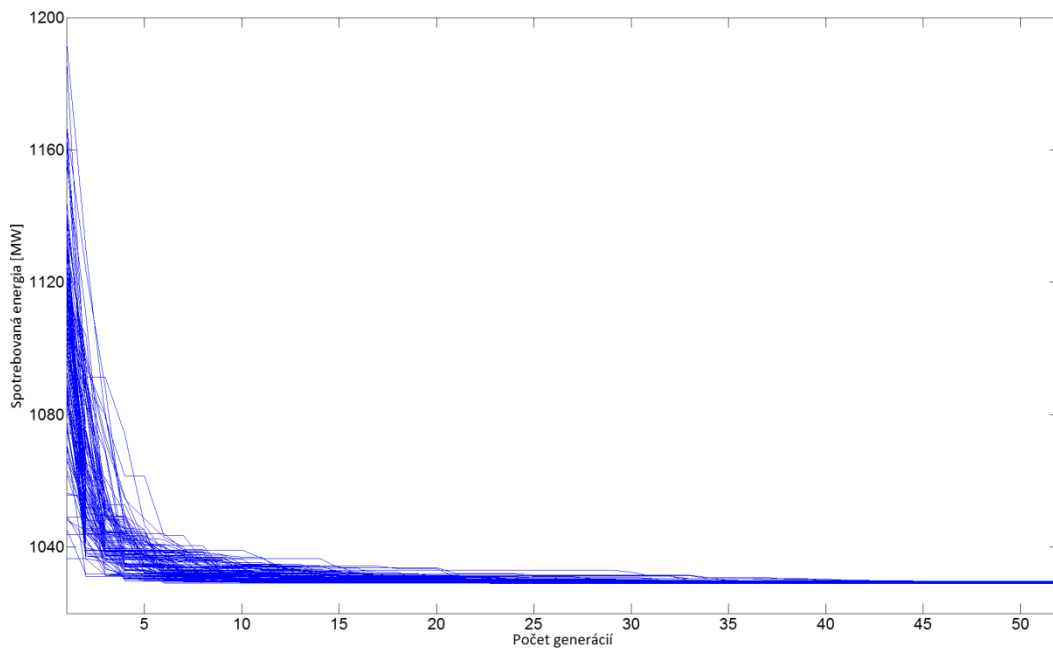
Obrázok A2.5. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 4, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



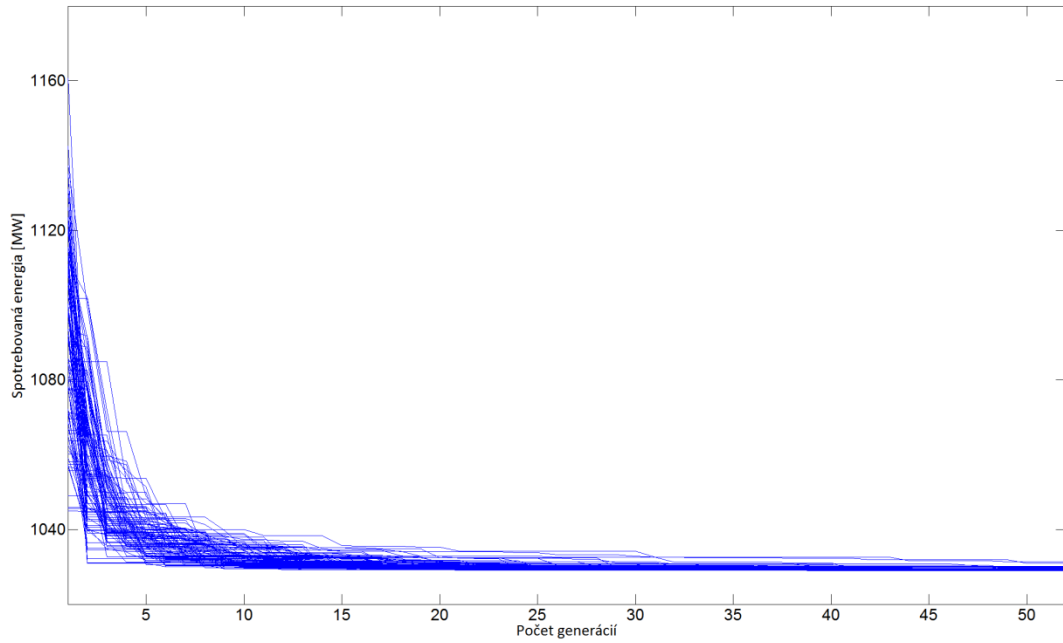
Obrázok A2.6. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



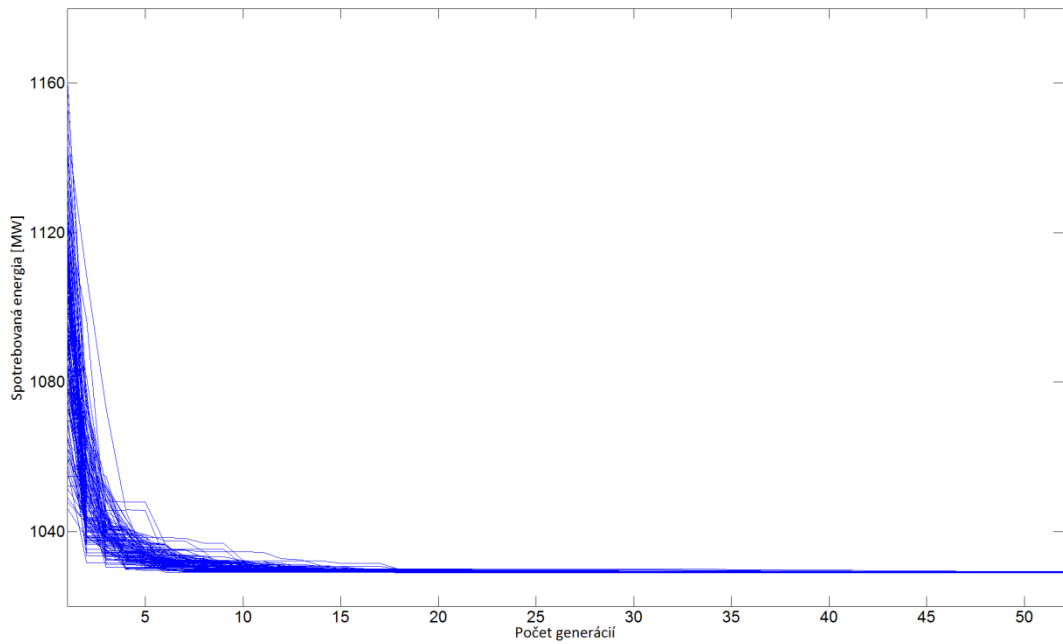
Obrázok A2.7. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok A2.8. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok A2.9. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok A2.10. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 50, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,72	1,40868	1,20407	1,08648	1,40868	13,297	1,42579
Maximum	1114,19	1,44	1,32992	1,2502	1,44	166,61	38,3459
Stredná hodnota	1042,399	1,4388594	1,2976994	1,147892	1,4388594	41,69426	10,9694215
Medián	1037,595	1,44	1,30051	1,14931	1,44	33,6795	10,1392
Smerodajná odchýlka	14,78444135	0,004142711	0,018210822	0,023096195	0,004142711	24,58646821	5,923922437
Rozptyl	218,5797061	1,71621E-05	0,000331634	0,000533434	1,71621E-05	604,4944189	35,09285704

Tabuľka A2.1. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 1, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,08	1,43548	1,20982	1,09618	1,43548	18,343	2,205882353
Maximum	1110,96	1,44	1,323	1,24356	1,44	222,062	38,25757576
Stredná hodnota	1037,8503	1,4398375	1,3018007	1,150503	1,4398375	65,92561	10,93676963
Medián	1032,61	1,44	1,306425	1,15249	1,44	60,6645	9,39132397
Smerodajná odchýlka	14,72094676	0,000736571	0,016312147	0,019586964	0,000736571	30,94255627	6,050623434
Rozptyl	216,7062736	5,42536E-07	0,000266086	0,000383649	5,42536E-07	957,4417886	36,61004394

Tabuľka A2.2. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 2, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,05	1,43716	1,25777	1,13132	1,43716	47,875	1,570862584
Maximum	1087,02	1,44	1,32072	1,22278	1,44	419,875	23,17636196
Stredná hodnota	1031,1774	1,439966	1,3059097	1,1554554	1,439966	130,82172	10,25413509
Medián	1030,09	1,44	1,305865	1,156415	1,44	106,5705	8,896245796
Smerodajná odchýlka	5,801962681	0,000286586	0,006824102	0,01054254	0,000286586	80,17914658	5,45579575
Rozptyl	33,66277095	8,21313E-08	4,65684E-05	0,000111145	8,21313E-08	6428,695547	29,76570727

Tabuľka A2.3. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,33	1,4349	1,25772	1,09422	1,4349	28,422	2,094127807
Maximum	1080,14	1,44	1,32089	1,2206	1,44	203,328	22,71714922
Stredná hodnota	1035,046	1,4398375	1,3037853	1,1471032	1,4398375	67,15231	8,705327853
Medián	1032,805	1,44	1,30522	1,149405	1,44	56,9925	8,033870806
Smerodajná odchýlka	7,631719559	0,000748909	0,010179612	0,017617106	0,000748909	34,5993278	3,736629963
Rozptyl	58,24314343	5,60865E-07	0,000103624	0,000310362	5,60865E-07	1197,113484	13,96240348

Tabuľka A2.4. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 2, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,1	1,43934	1,25785	1,09924	1,43934	39,313	1,93322
Maximum	1081,69	1,44	1,31758	1,22983	1,44	387,859	24,1627
Stredná hodnota	1032,4172	1,4399842	1,3056269	1,1524503	1,4399842	103,94526	9,866496
Medián	1030,67	1,44	1,30649	1,154255	1,44	91,1325	9,113465
Smerodajná odchýlka	7,453261923	8,4855E-05	0,007505239	0,015019484	8,4855E-05	55,71088362	4,590720111
Rozptyl	55,55111329	7,20036E-09	5,63286E-05	0,000225585	7,20036E-09	3103,702554	21,07471114

Tabuľka A2.5. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 4, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,06	1,43845	1,27289	1,13079	1,43845	50,406	5,15108
Maximum	1043,35	1,44	1,31948	1,17079	1,44	168,828	17,7577
Stredná hodnota	1030,5933	1,4399819	1,305952	1,1552949	1,4399819	84,81938	10,1697137
Medián	1030,195	1,44	1,306265	1,156325	1,44	81,7735	9,705205
Smerodajná odchýlka	1,751945559	0,000155873	0,005631318	0,0082169	0,000155873	21,12764868	2,602435227
Rozptyl	3,069313242	2,42964E-08	3,17117E-05	6,75174E-05	2,42964E-08	446,3775389	6,772669108

Tabuľka A2.6. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,02	1,43979	1,30054	1,1276	1,43979	80,344	4,47281
Maximum	1036,56	1,44	1,31526	1,16864	1,44	372,015	21,335
Stredná hodnota	1029,6126	1,4399941	1,3071334	1,1578596	1,4399941	143,9686	12,7055062
Medián	1029,445	1,44	1,306685	1,157465	1,44	130,453	12,48
Smerodajná odchýlka	0,862292716	3,33968E-05	0,003255376	0,006042958	3,33968E-05	50,1269578	3,415514962
Rozptyl	0,743548727	1,11534E-09	1,05975E-05	3,65173E-05	1,11534E-09	2512,711899	11,66574245

Tabuľka A2.7. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,44	1,3021	1,15222	1,44	138,625	3,68454
Maximum	1029,69	1,44	1,31198	1,16761	1,44	709,093	22,3731
Stredná hodnota	1029,206	1,44	1,3065438	1,1590175	1,44	222,515101	14,56217374
Medián	1029,17	1,44	1,30584	1,15802	1,44	207,625	14,6288
Smerodajná odchýlka	0,157287615	1,33898E-15	0,002439218	0,003656999	1,33898E-15	73,58314377	3,359688774
Rozptyl	0,024739394	1,79287E-30	5,94978E-06	1,33736E-05	1,79287E-30	5414,479047	11,28750866

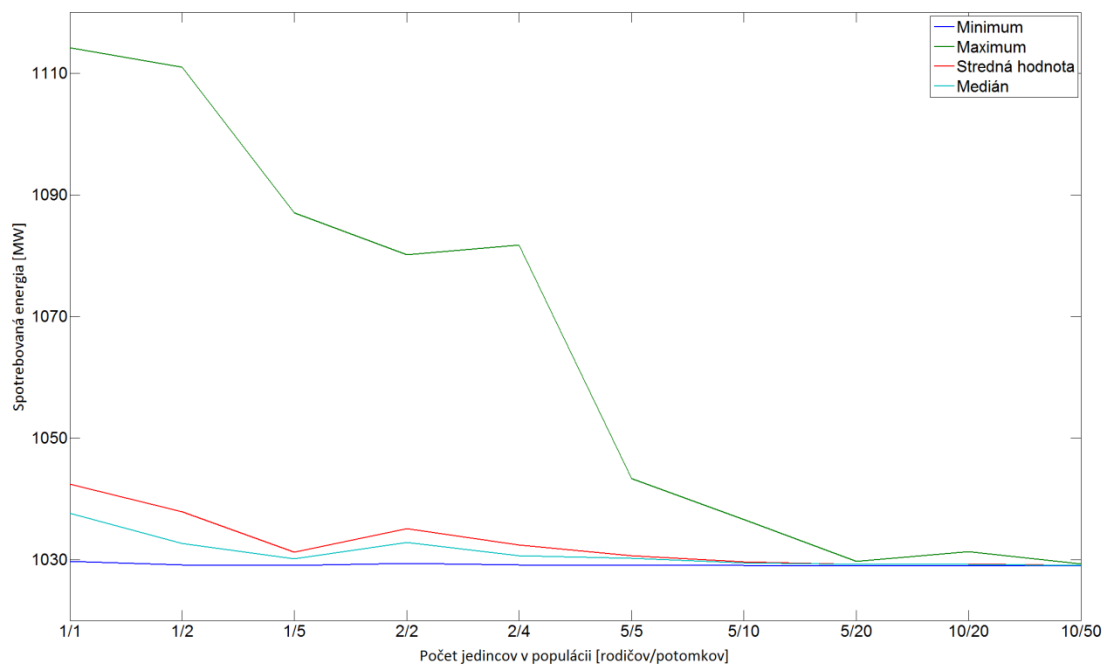
Tabuľka A2.8. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43993	1,30097	1,14007	1,43993	141,25	7,92913
Maximum	1031,34	1,44	1,31312	1,16854	1,44	337,844	21,0121
Stredná hodnota	1029,312	1,4399979	1,3069074	1,158344	1,4399979	206,5752	13,7465287
Medián	1029,205	1,44	1,30643	1,15751	1,44	200,664	13,4969
Smerodajná odchýlka	0,350142828	1,07586E-05	0,002650053	0,004612277	1,07586E-05	40,74771394	2,538498848
Rozptyl	0,1226	1,15747E-10	7,02278E-06	2,12731E-05	1,15747E-10	1660,376191	6,443976401

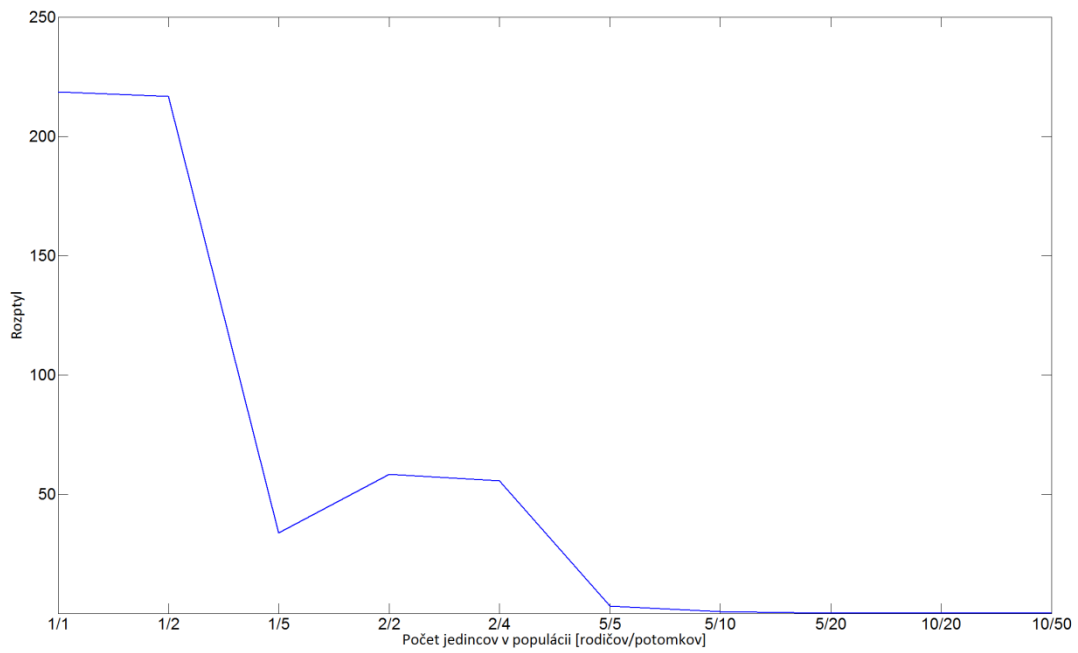
Tabuľka A2.9. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,98	1,44	1,30336	1,15459	1,44	285,281	9,81343
Maximum	1029,32	1,44	1,3134	1,16705	1,44	663,484	23,9481
Stredná hodnota	1029,0608	1,44	1,3072103	1,1600055	1,44	391,89008	17,0115367
Medián	1029,04	1,44	1,306305	1,15818	1,44	370,258	17,577
Smerodajná odchýlka	0,061818895	1,33898E-15	0,002408316	0,003631945	1,33898E-15	76,69383219	2,864567824
Rozptyl	0,003821576	1,79287E-30	5,79999E-06	1,3191E-05	1,79287E-30	5881,943897	8,205748819

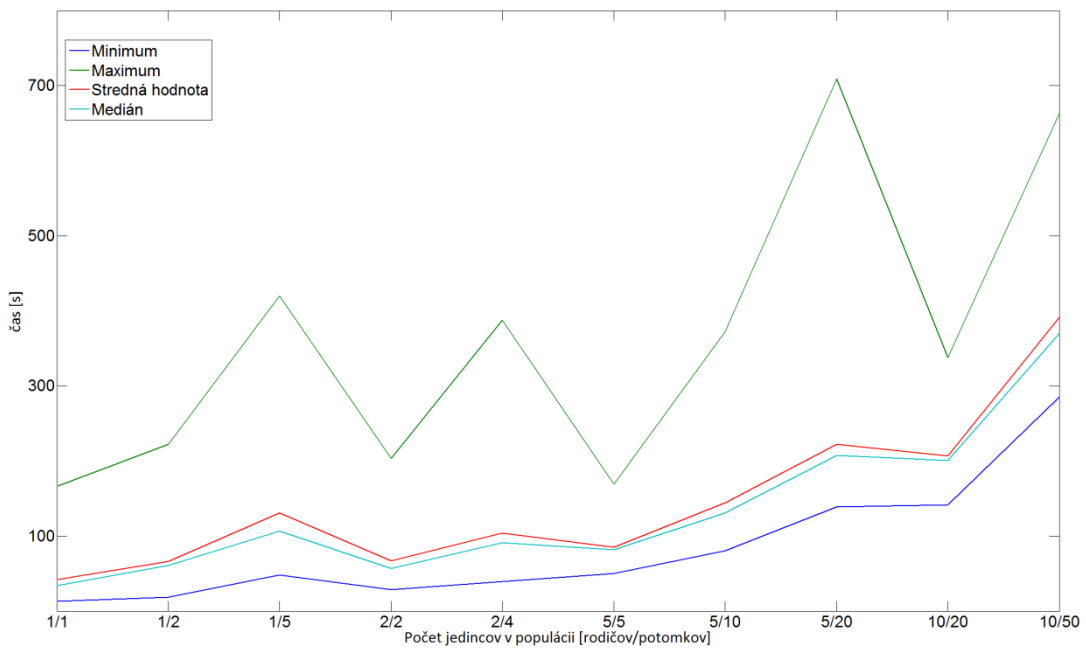
Tabuľka A2.10. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 50, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



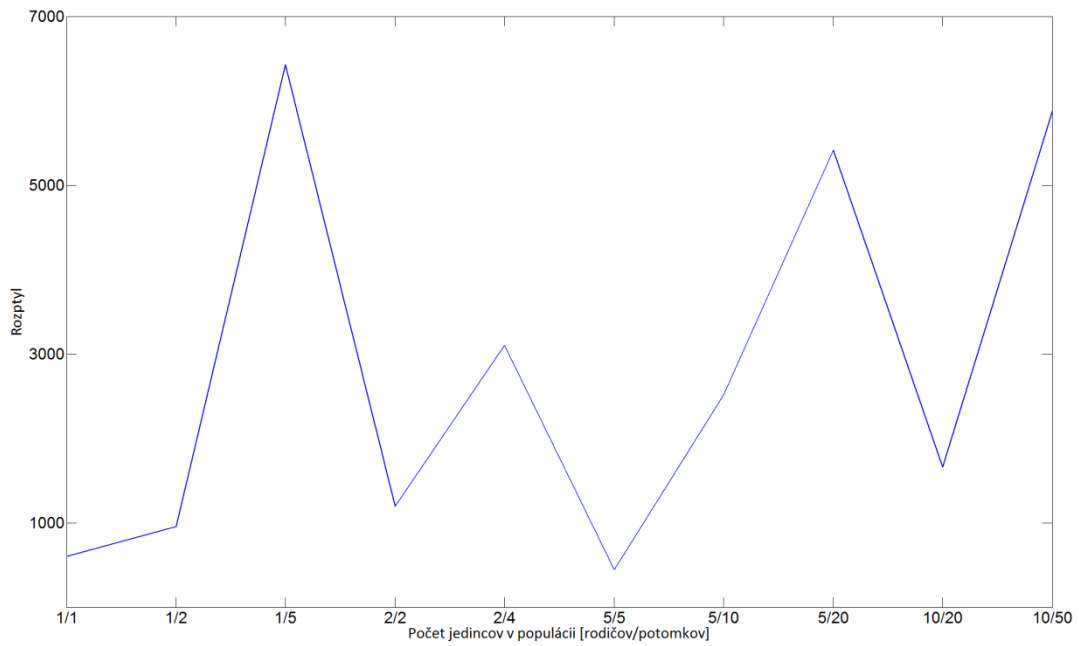
Obrázok A2.11. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od veľkosti populácie.



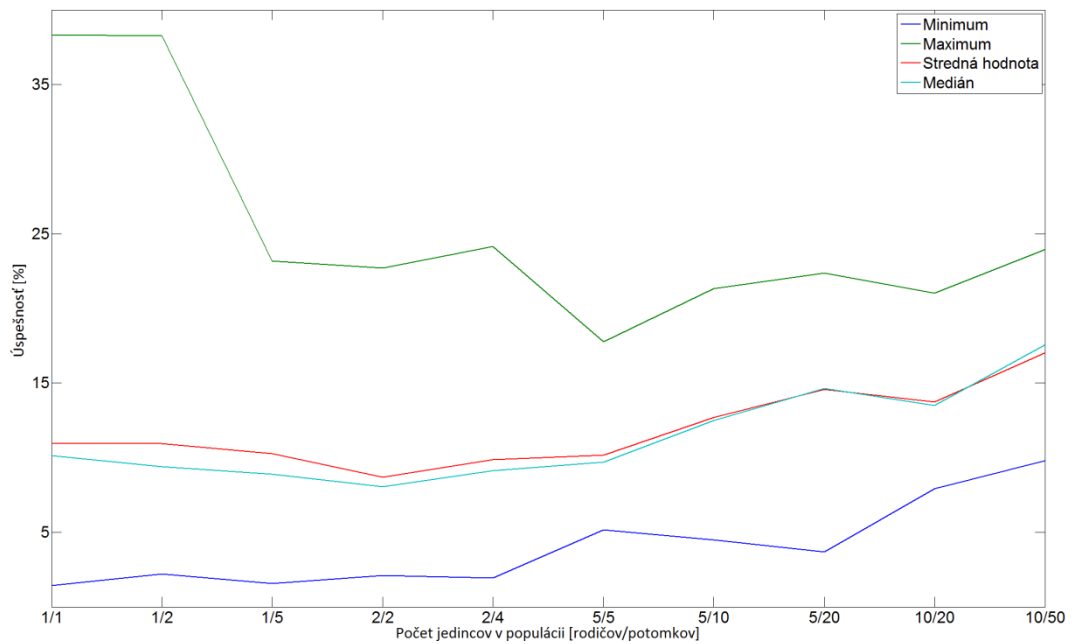
Obrázok A2.13. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie vzhľadom na veľkosť populácie.



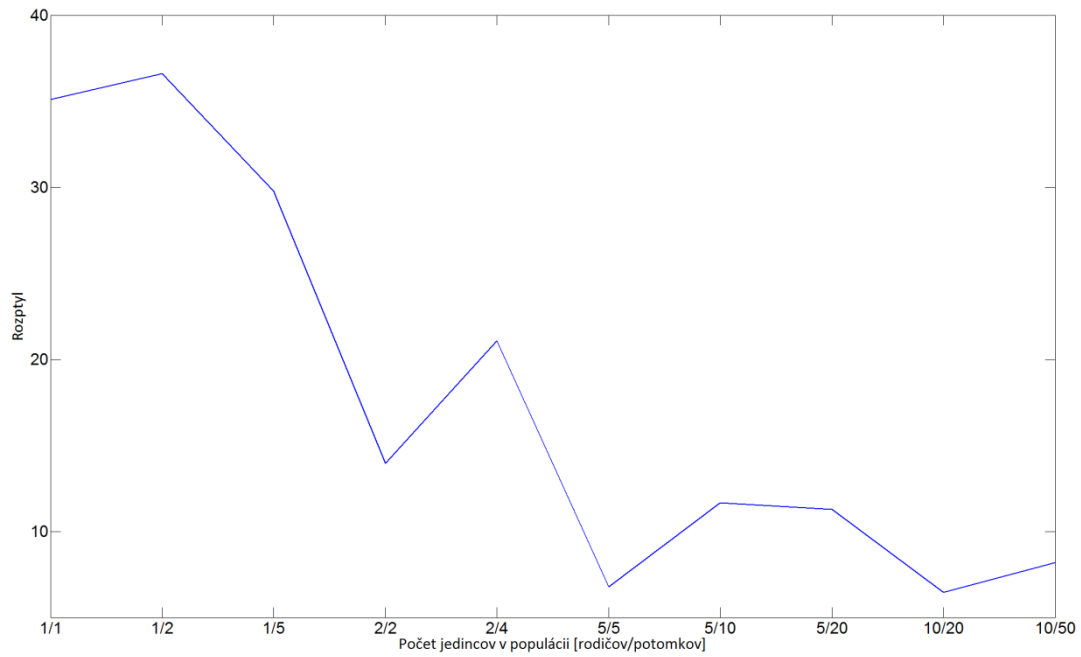
Obrázok A2.14. Štatistické parametre pre časy výpočtov v závislosti od veľkosti populácie.



Obrázok A2.16. Rozptyly pre časy výpočtov v závislosti od veľkosti populácie.

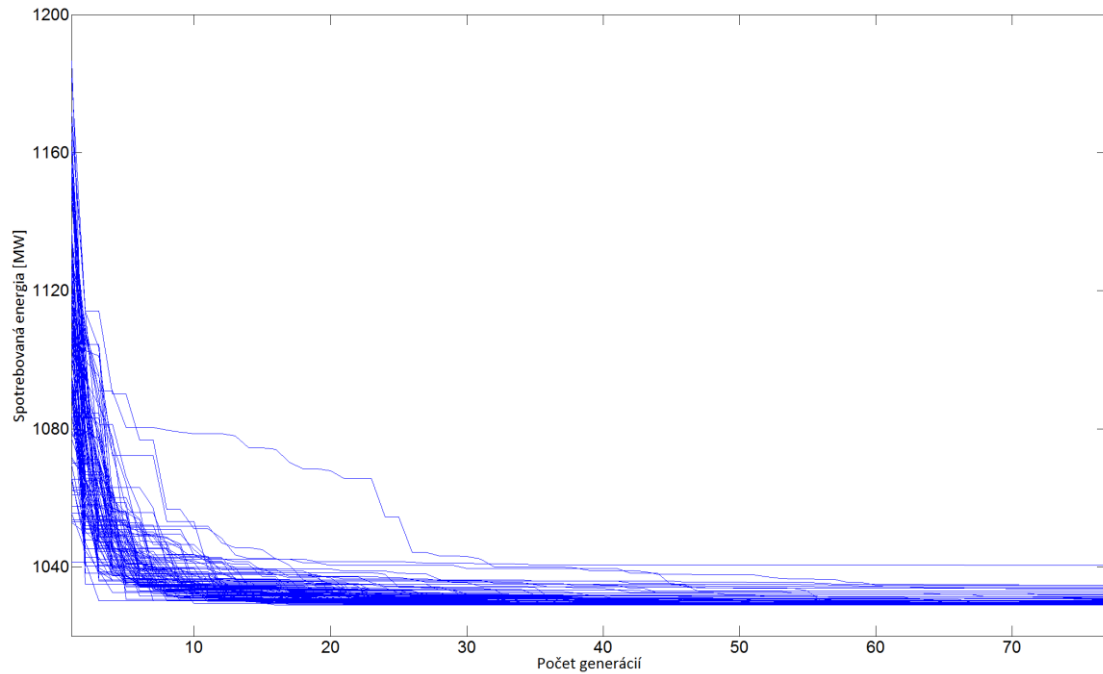


Obrázok A2.17. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od veľkosti populácie.

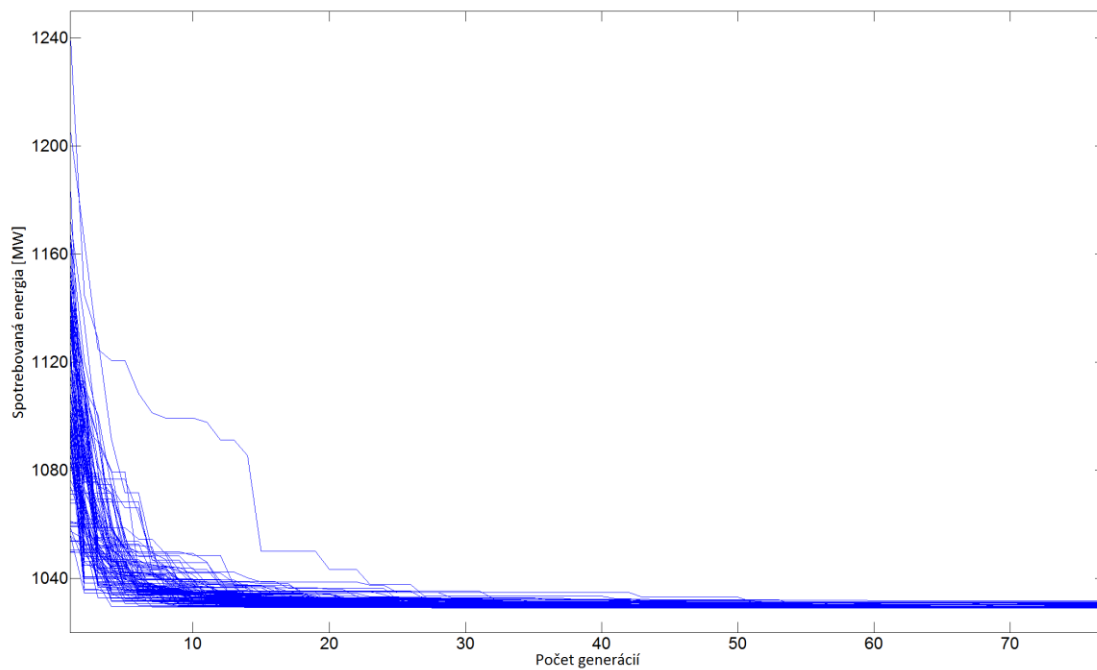


Obrázok A2.19. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od veľkosti populácie.

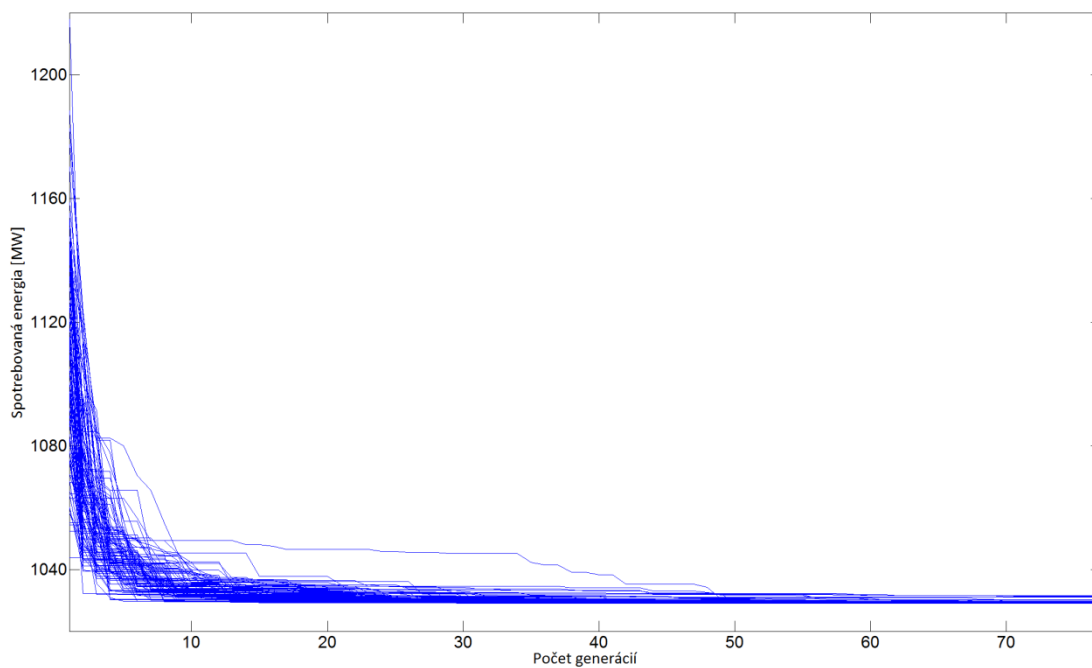
A3. Vek rodičov



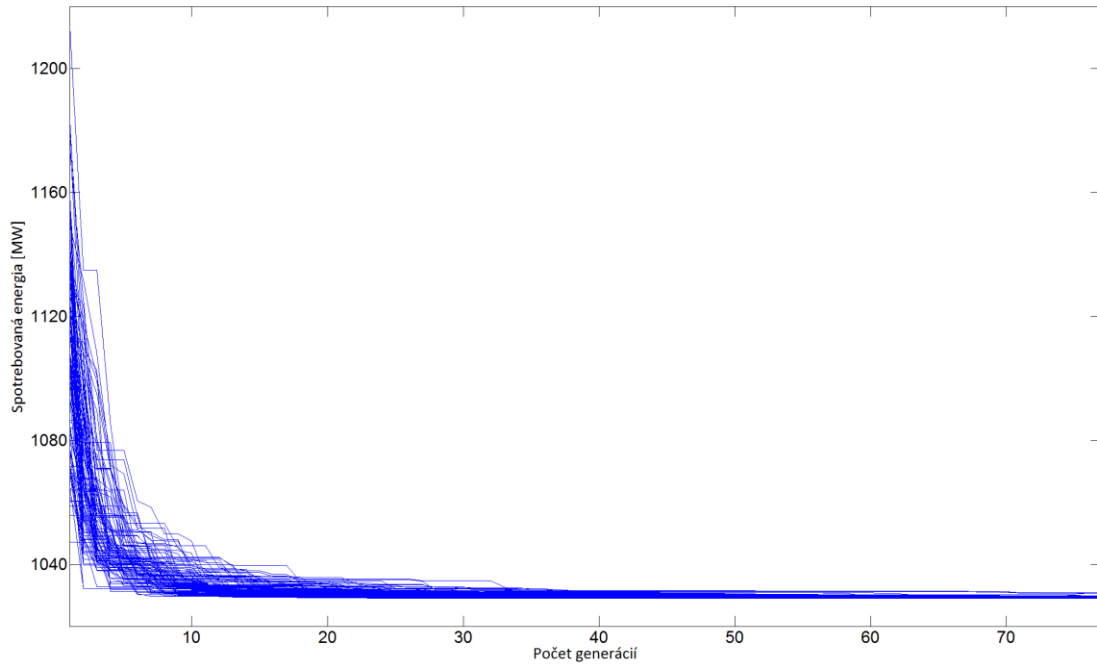
Obrázok A3.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 2, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



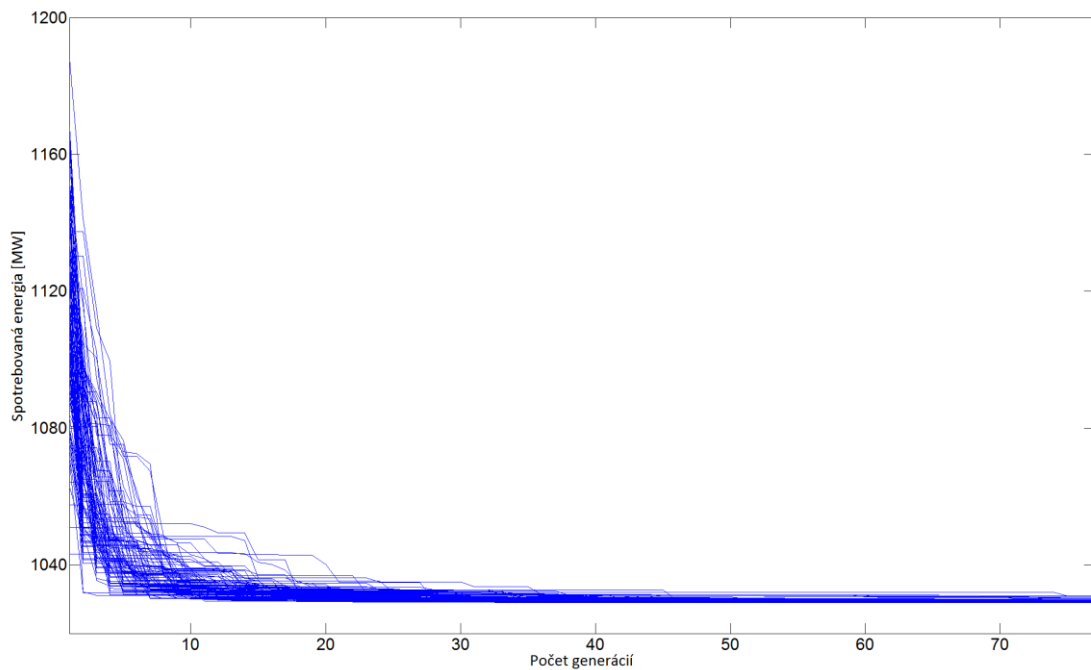
Obrázok A3.2. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 75 generácií.



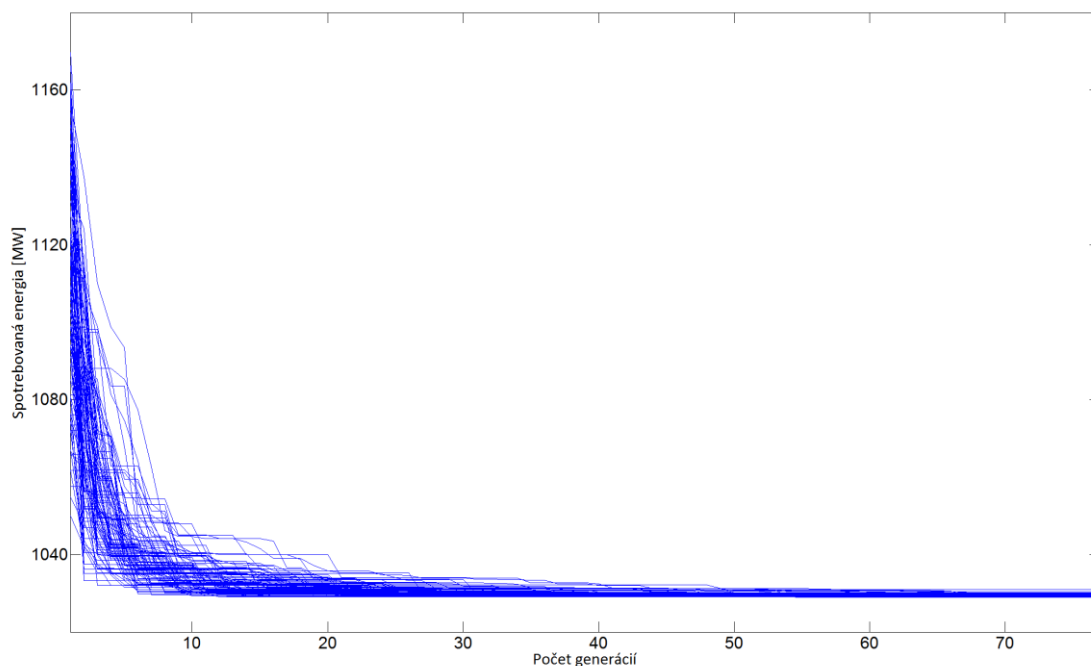
Obrázok A3.3. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrazok A3.4. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 20, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrazok A3.5. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 30, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrázok A3.6. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 75 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,4393	1,30063	1,11227	1,4393	80,953	7,38452
Maximum	1040,54	1,44	1,31445	1,16673	1,44	336,484	29,8496
Stredná hodnota	1029,9737	1,4399887	1,3066032	1,1544002	1,4399887	145,24938	18,5938842
Medián	1029,355	1,44	1,30682	1,156225	1,44	136,492	18,81165
Smerodajná odchýlka	1,675845425	7,28171E-05	0,002830293	0,010104784	7,28171E-05	36,33797136	3,671075041
Rozptyl	2,808457889	5,30233E-09	8,01056E-06	0,000102107	5,30233E-09	1320,448163	13,47679196

Tabuľka A3.1. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 2, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43985	1,29914	1,13968	1,43985	93,797	8,98917
Maximum	1031,7	1,44	1,31351	1,16692	1,44	302,25	29,5962
Stredná hodnota	1029,4923	1,4399962	1,3065093	1,1567493	1,4399962	161,83647	16,9088117
Medián	1029,245	1,44	1,305895	1,15745	1,44	154,375	16,75915
Smerodajná odchýlka	0,597722707	1,9373E-05	0,002976163	0,00532287	1,9373E-05	35,99396894	3,743174237
Rozptyl	0,357272434	3,75313E-10	8,85754E-06	2,83329E-05	3,75313E-10	1295,5658	14,01135337

Tabuľka A3.2. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43941	1,30122	1,1393	1,43941	102,313	8,3546
Maximum	1031,49	1,44	1,31393	1,1665	1,44	306,625	27,4745
Stredná hodnota	1029,3234	1,4399874	1,3070727	1,157801	1,4399874	167,56465	16,501365
Medián	1029,185	1,44	1,30665	1,157675	1,44	163,179	16,24325
Smerodajná odchýlka	0,460454804	7,85682E-05	0,002608358	0,004999003	7,85682E-05	36,61698229	3,438295964
Rozptyl	0,212018626	6,17297E-09	6,80353E-06	2,499E-05	6,17297E-09	1340,803392	11,82187914

Tabuľka A3.3. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43984	1,30137	1,14087	1,43984	110,828	7,44723
Maximum	1030,89	1,44	1,31268	1,16851	1,44	395,516	24,0446
Stredná hodnota	1029,2864	1,4399984	1,3066669	1,1589789	1,4399984	186,78281	15,1005864
Medián	1029,2	1,44	1,30635	1,158155	1,44	172,6245	14,9475
Smerodajná odchýlka	0,312004014	1,6E-05	0,002600377	0,004649716	1,6E-05	52,87725938	3,75736729
Rozptyl	0,097346505	2,56E-10	6,76196E-06	2,16199E-05	2,56E-10	2796,00456	14,11780895

Tabuľka A3.4. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 20, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,44	1,30098	1,1412	1,44	112,859	5,61255
Maximum	1030,99	1,44	1,31528	1,16678	1,44	439,469	21,8524
Stredná hodnota	1029,3354	1,44	1,3075991	1,1587476	1,44	205,2484	13,897167
Medián	1029,22	1,44	1,30759	1,158505	1,44	192,25	14,17025
Smerodajná odchýlka	0,38507095	1,33898E-15	0,002929779	0,004464244	1,33898E-15	60,30599046	3,277290897
Rozptyl	0,148279636	1,79287E-30	8,58361E-06	1,99295E-05	1,79287E-30	3636,812485	10,74063562

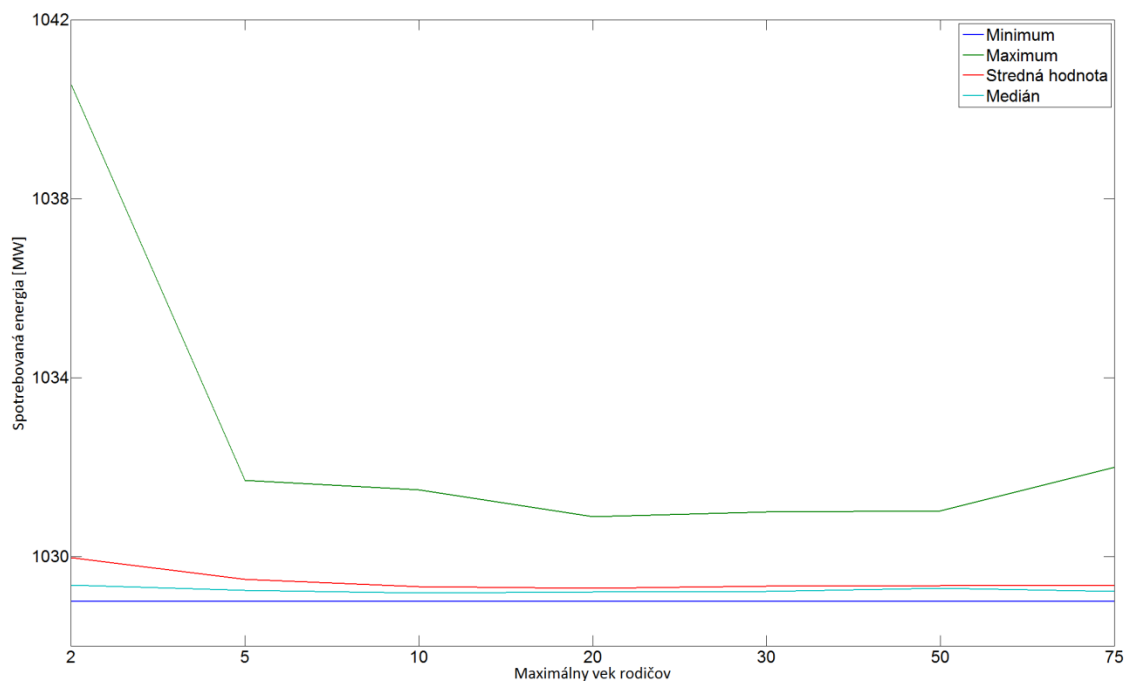
Tabuľka A3.5. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 30, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43994	1,30105	1,14846	1,43994	111,844	7,45722
Maximum	1031,02	1,44	1,31361	1,16736	1,44	378,375	21,4754
Stredná hodnota	1029,3456	1,4399993	1,3068879	1,158743	1,4399993	197,42956	14,2911765
Medián	1029,285	1,44	1,30663	1,158385	1,44	183,7345	14,29795
Smerodajná odchýlka	0,323026471	6,07279E-06	0,00276856	0,003931302	6,07279E-06	54,2539497	3,396056192
Rozptyl	0,104346101	3,68788E-11	7,66492E-06	1,54551E-05	3,68788E-11	2943,491058	11,53319766

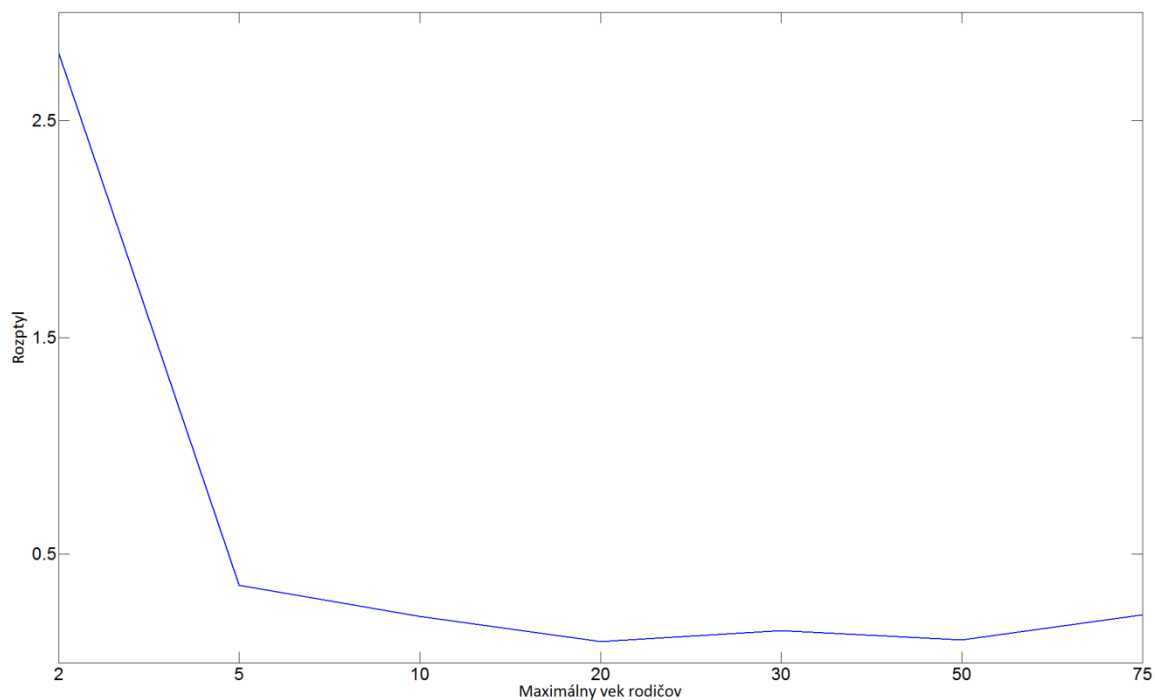
Tabuľka A3.6. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43991	1,30142	1,13562	1,43991	116,563	5,72838
Maximum	1032	1,44	1,31373	1,16735	1,44	490,75	21,8968
Stredná hodnota	1029,3577	1,4399991	1,3069472	1,158703	1,4399991	199,6525	14,2365858
Medián	1029,215	1,44	1,30666	1,15806	1,44	179,0465	14,4711
Smerodajná odchýlka	0,470252146	9E-06	0,002629383	0,005169729	9E-06	65,82256747	3,707324118
Rozptyl	0,221137081	8,1E-11	6,91366E-06	2,67261E-05	8,1E-11	4332,610389	13,74425211

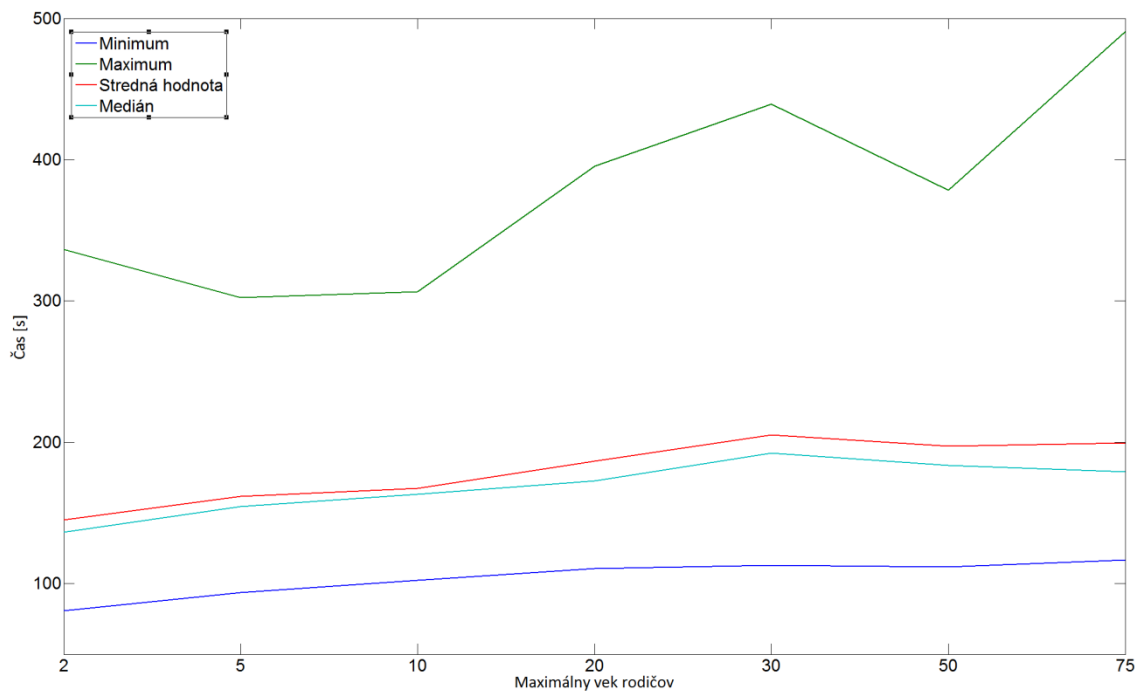
Tabuľka A3.7. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



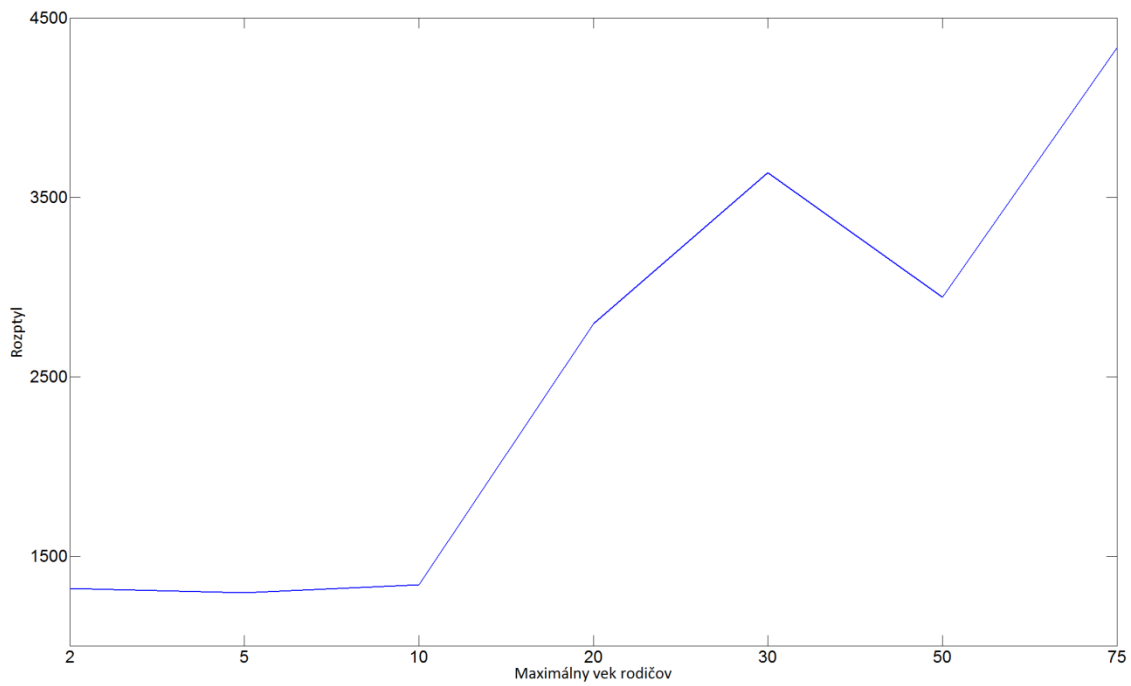
Obrázok A3.7. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od maximálneho veku rodičov.



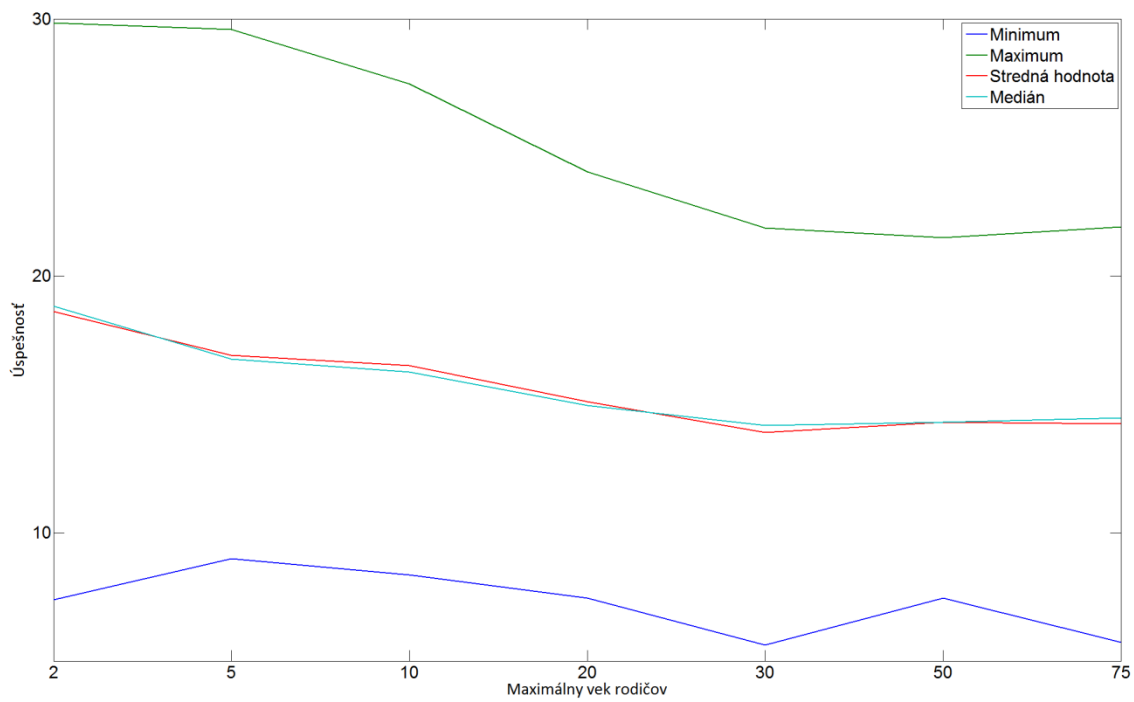
Obrázok A3.9. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od maximálneho veku rodičov.



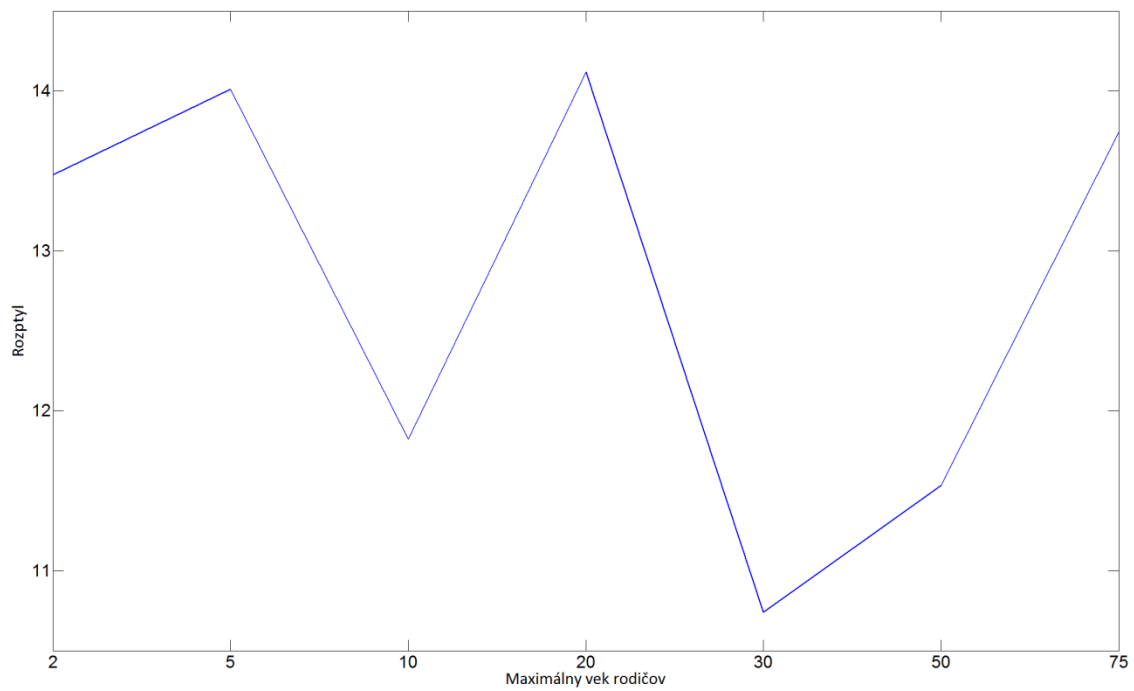
Obrázok A3.10. Štatistické parametre pre časy výpočtov závislosti od maximálneho veku rodičov.



Obrázok A3.12. Rozptyly pre časy výpočtov závislosti od maximálneho veku rodičov.

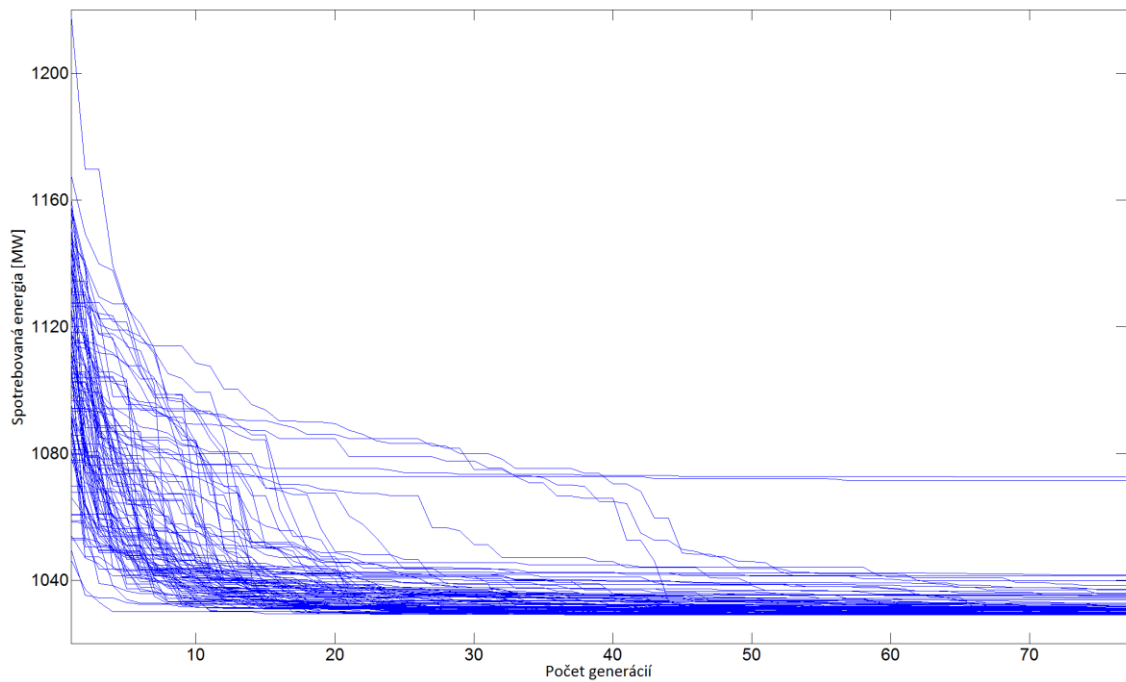


Obrázok A2.13. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od maximálneho veku rodičov.

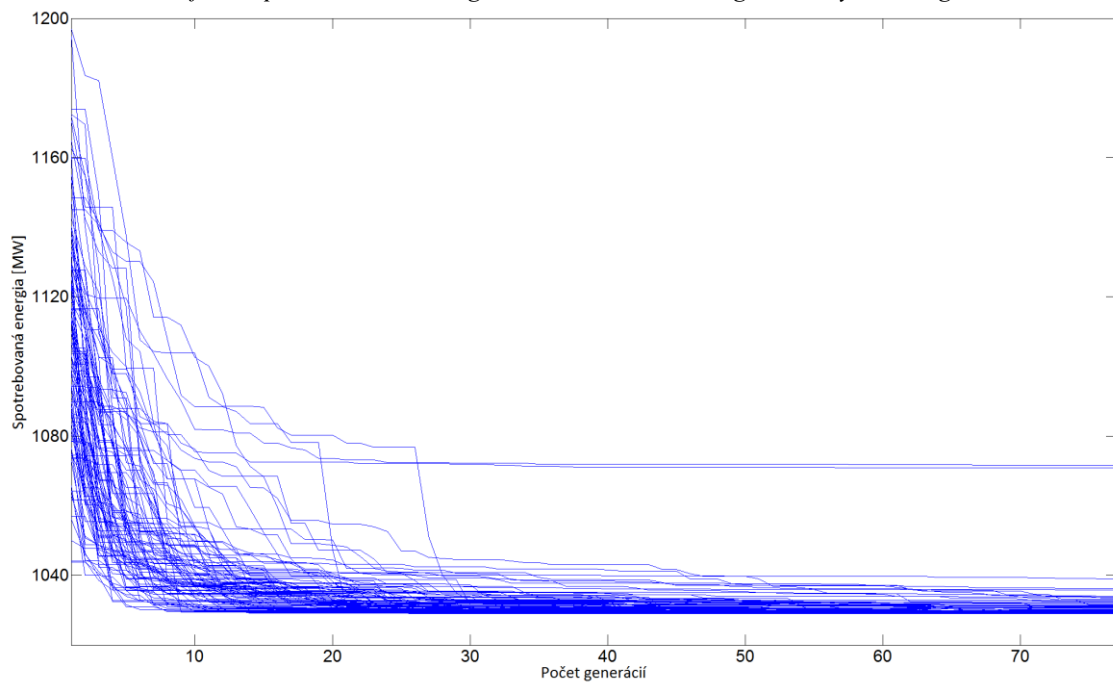


Obrázok A2.15. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od maximálneho veku rodičov.

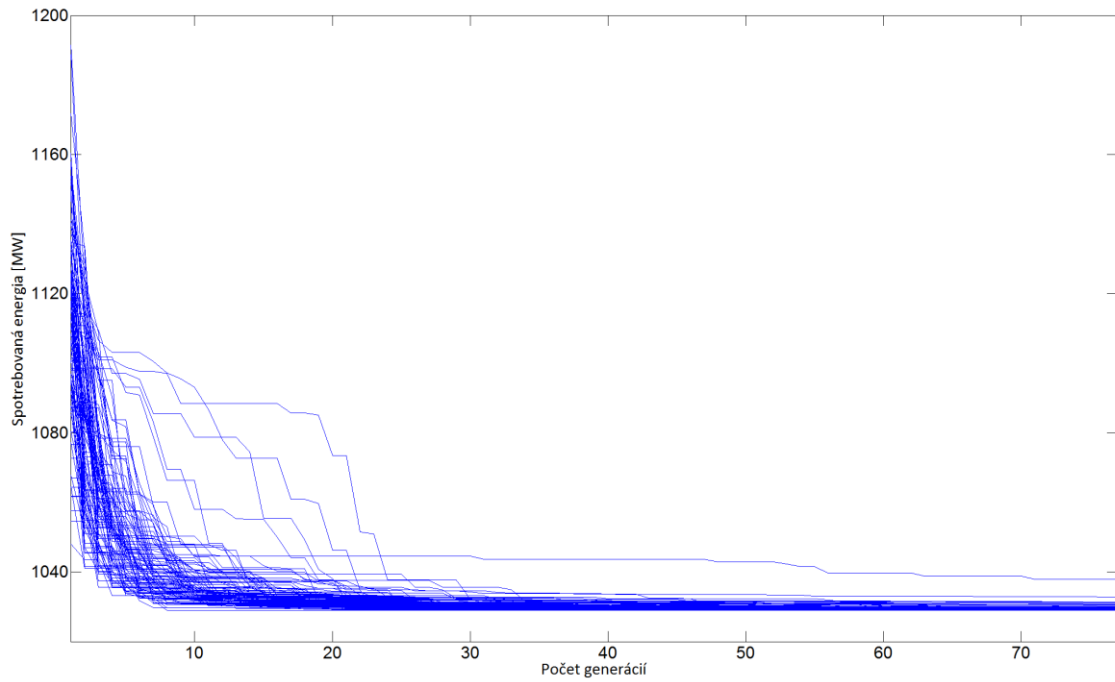
A4. Počiatočná hodnota parametra sigma



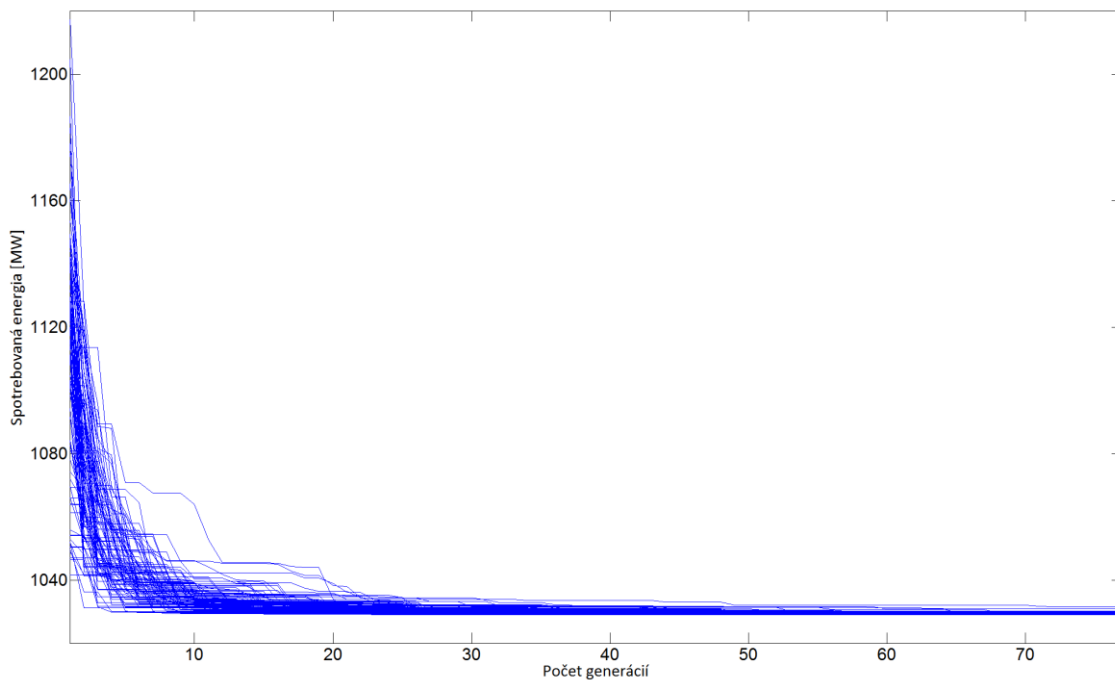
Obrázok A4.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.005, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



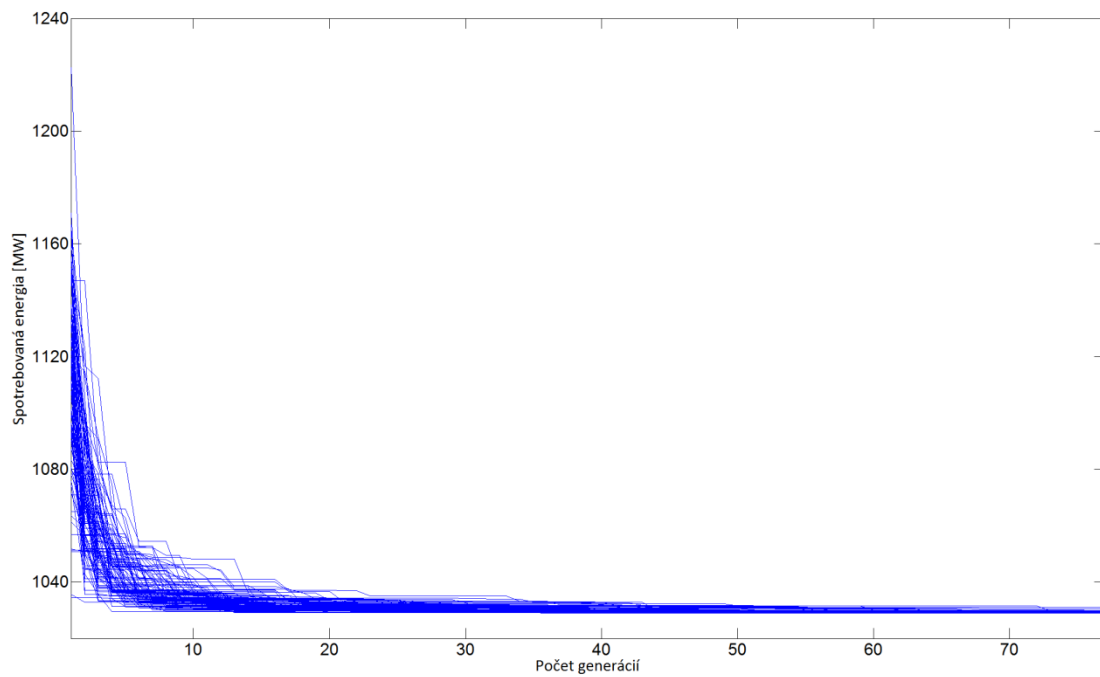
Obrázok A4.2. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.01, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



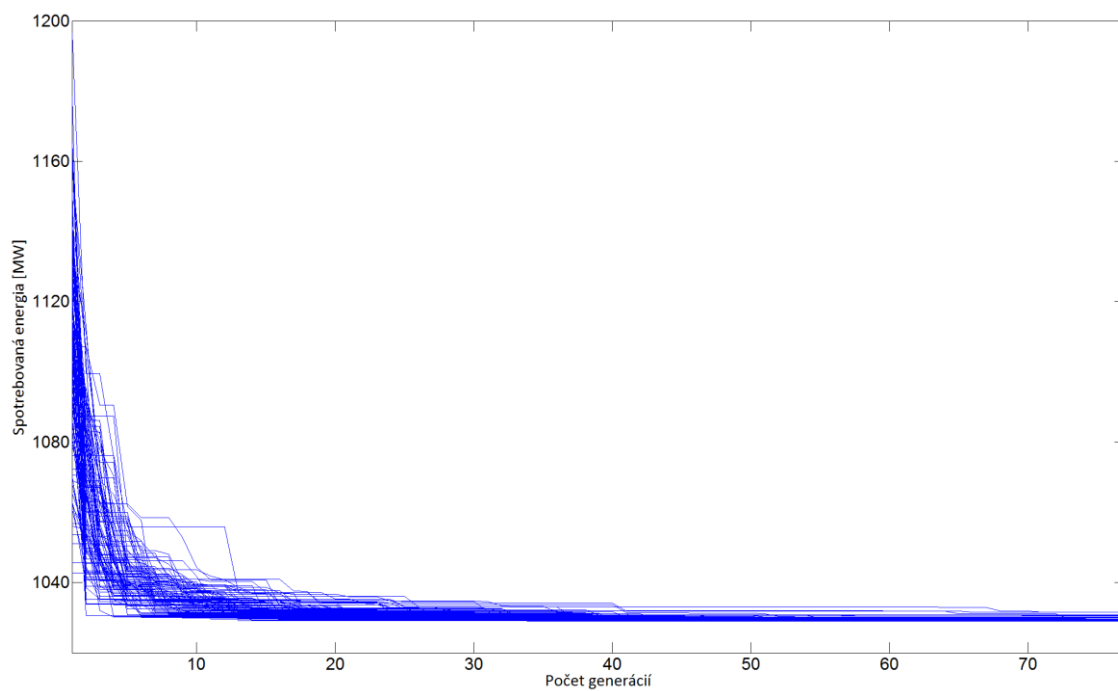
Obrázok A4.3. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.025, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



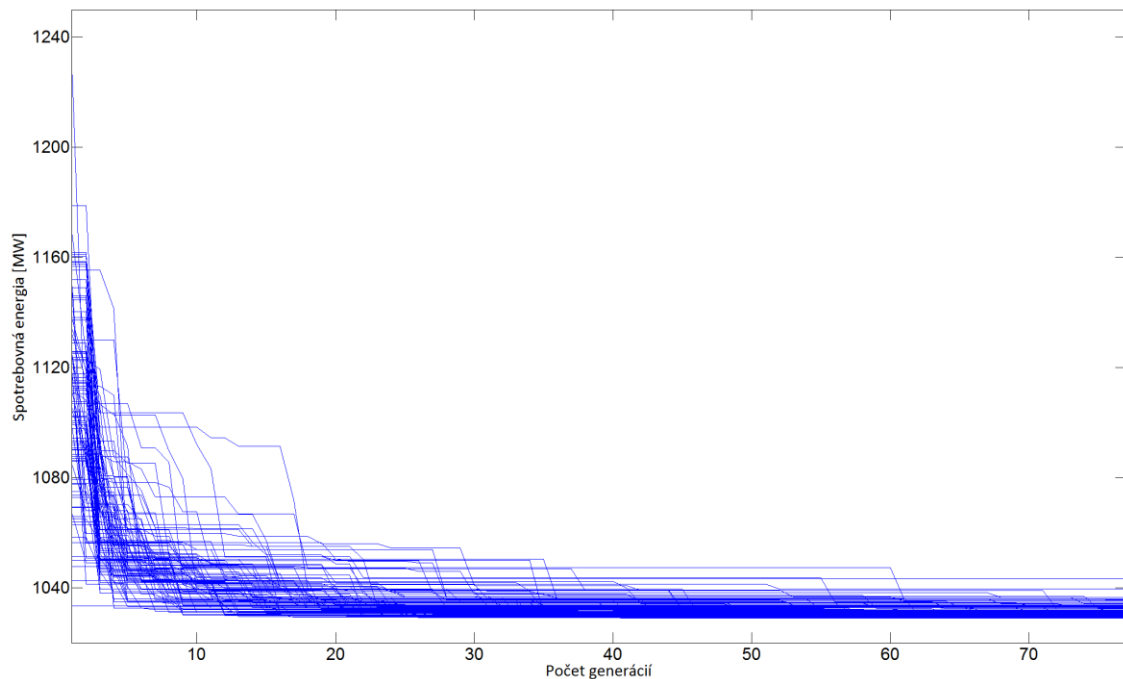
Obrázok A4.4. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrázok A4.5. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.075, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrázok A4.6. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.1, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 75 generácií.



Obrázok A4.7. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.5, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 75 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,4397	1,27191	1,1039	1,4397	76,625	15,6928
Maximum	1072,54	1,44	1,32032	1,20493	1,44	165,969	37,3947
Stredná hodnota	1031,8164	1,439992	1,3053922	1,1507057	1,439992	108,14722	24,450177
Medián	1029,76	1,44	1,306425	1,153495	1,44	106,6795	24,48055
Smerodajná odchýlka	6,442614991	3,85337E-05	0,007901031	0,014848914	3,85337E-05	17,80927318	4,469667135
Rozptyl	41,50728792	1,48485E-09	6,24263E-05	0,00022049	1,48485E-09	317,170211	19,97792429

Tabuľka A4.1. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.005, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43917	1,27637	1,11725	1,43917	76,438	5,77675
Maximum	1071,68	1,44	1,31536	1,20674	1,44	481,516	37,028
Stredná hodnota	1030,9473	1,439976	1,3056843	1,1543548	1,439976	127,1999	22,2666071
Medián	1029,425	1,44	1,30613	1,155425	1,44	119,344	21,8269
Smerodajná odchýlka	6,037685331	0,000102079	0,005621085	0,011927648	0,000102079	52,11271081	5,096325363
Rozptyl	36,45364415	1,04202E-08	3,15966E-05	0,000142269	1,04202E-08	2715,734628	25,97253221

Tabuľka A4.2. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.01, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43975	1,29264	1,13162	1,43975	93,75	7,67508
Maximum	1037,96	1,44	1,31321	1,16727	1,44	400,64	29,6078
Stredná hodnota	1029,5017	1,439997	1,3065768	1,1571796	1,439997	150,39608	18,3835098
Medián	1029,205	1,44	1,30615	1,15778	1,44	141,4375	18,4553
Smerodajná odchýlka	1,049011131	2,54455E-05	0,003101474	0,006371278	2,54455E-05	41,61117247	3,768293128
Rozptyl	1,100424354	6,47475E-10	9,61914E-06	4,05932E-05	6,47475E-10	1731,489675	14,2000331

Tabuľka A4.3. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.025, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,01	1,43982	1,29988	1,1399	1,43982	106,781	7,28764
Maximum	1031,52	1,44	1,31342	1,16811	1,44	363	25,0664
Stredná hodnota	1029,327	1,4399982	1,3069974	1,1592435	1,4399982	199,95276	14,2663046
Medián	1029,225	1,44	1,30671	1,15885	1,44	195,6015	13,62785
Smerodajná odchýlka	0,378371043	1,8E-05	0,002788492	0,005098214	1,8E-05	55,30385013	3,888007554
Rozptyl	0,143164646	3,24E-10	7,77569E-06	2,59918E-05	3,24E-10	3058,515839	15,11660274

Tabuľka A4.4. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,04	1,44	1,30262	1,14571	1,44	143,938	3,69788
Maximum	1030,96	1,44	1,31389	1,16844	1,44	613,625	17,3483
Stredná hodnota	1029,326	1,44	1,3072407	1,15887	1,44	249,57607	11,3687331
Medián	1029,22	1,44	1,30697	1,15792	1,44	218,133	11,71
Smerodajná odchýlka	0,294659536	1,33898E-15	0,002524134	0,004552538	1,33898E-15	91,98633312	3,247531424
Rozptyl	0,086824242	1,79287E-30	6,37125E-06	2,07256E-05	1,79287E-30	8461,48548	10,54646035

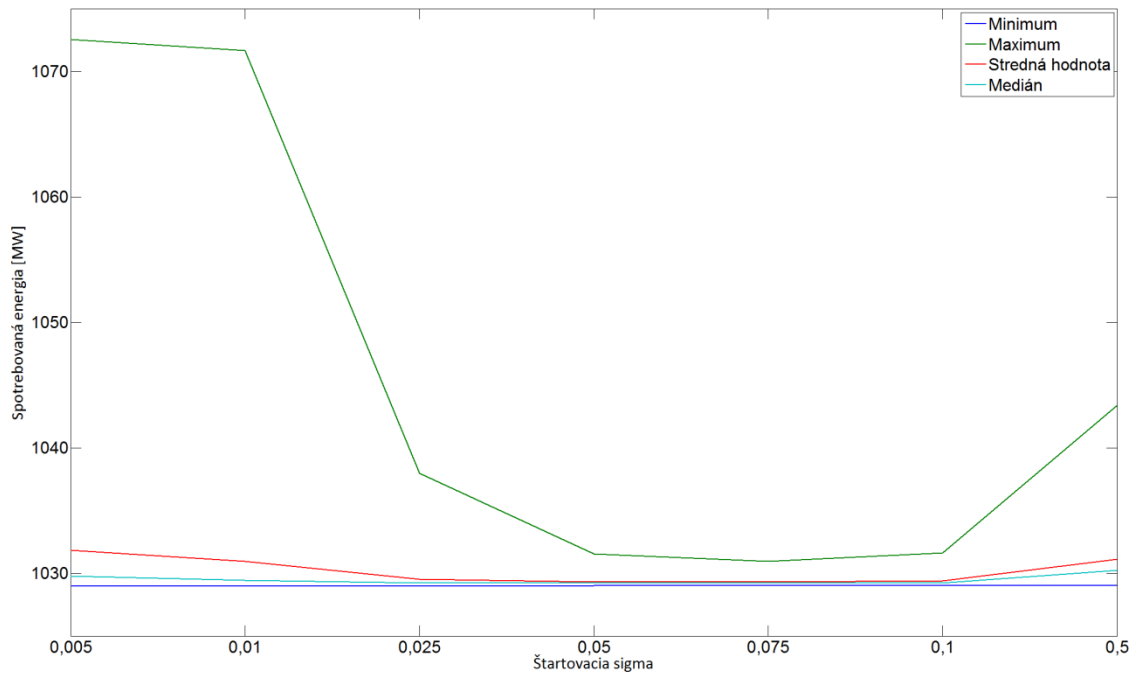
Tabuľka A4.5. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.075, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,44	1,29971	1,13982	1,44	111,828	3,49657
Maximum	1031,63	1,44	1,3229	1,16771	1,44	816,531	23,5643
Stredná hodnota	1029,3945	1,44	1,3071301	1,159222	1,44	284,42542	10,010087
Medián	1029,24	1,44	1,30677	1,159545	1,44	271,914	9,317565
Smerodajná odchýlka	0,484522831	1,33898E-15	0,003466377	0,004963638	1,33898E-15	112,0951351	3,54642872
Rozptyl	0,234762374	1,79287E-30	1,20158E-05	2,46377E-05	1,79287E-30	12565,31931	12,57715667

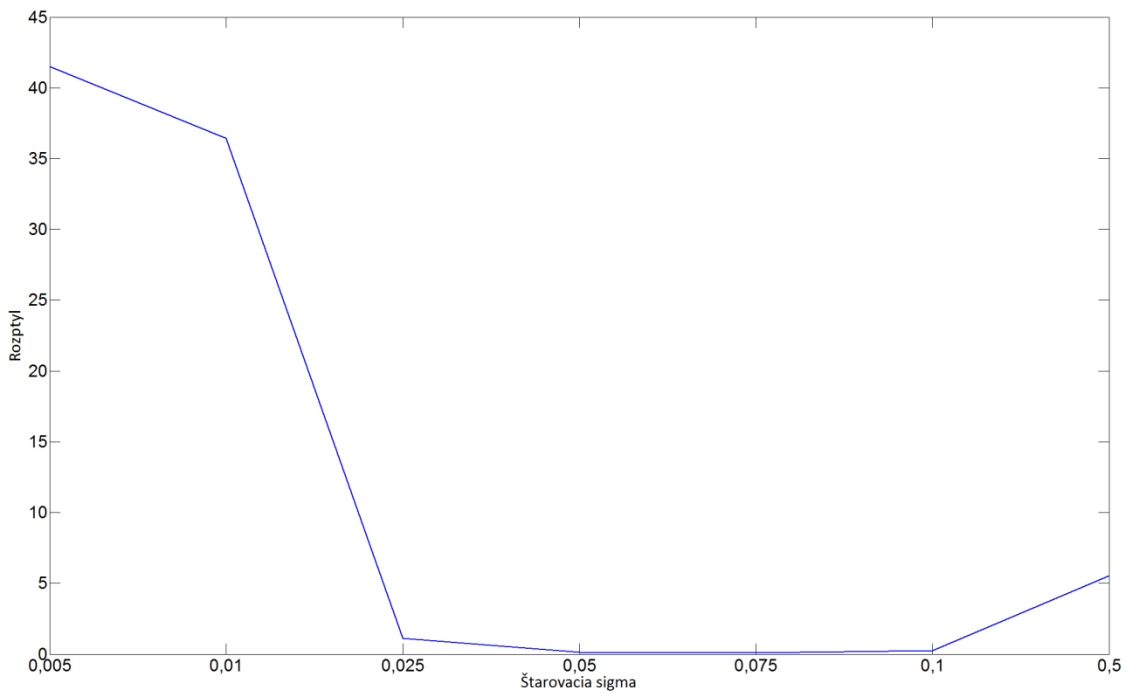
Tabuľka A4.6. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.1, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,03	1,43775	1,2881	1,12693	1,43775	273,515	0,0394768
Maximum	1043,39	1,44	1,32209	1,18023	1,44	1663,86	6,07739
Stredná hodnota	1031,1253	1,4399775	1,3070437	1,1570659	1,4399775	990,79301	1,686724718
Medián	1030,25	1,44	1,306415	1,15824	1,44	942,695	1,498185
Smerodajná odchýlka	2,354969152	0,000225	0,005873732	0,009159034	0,000225	379,9852281	1,18234379
Rozptyl	5,545879707	5,0625E-08	3,45007E-05	8,38879E-05	5,0625E-08	144388,7736	1,397936838

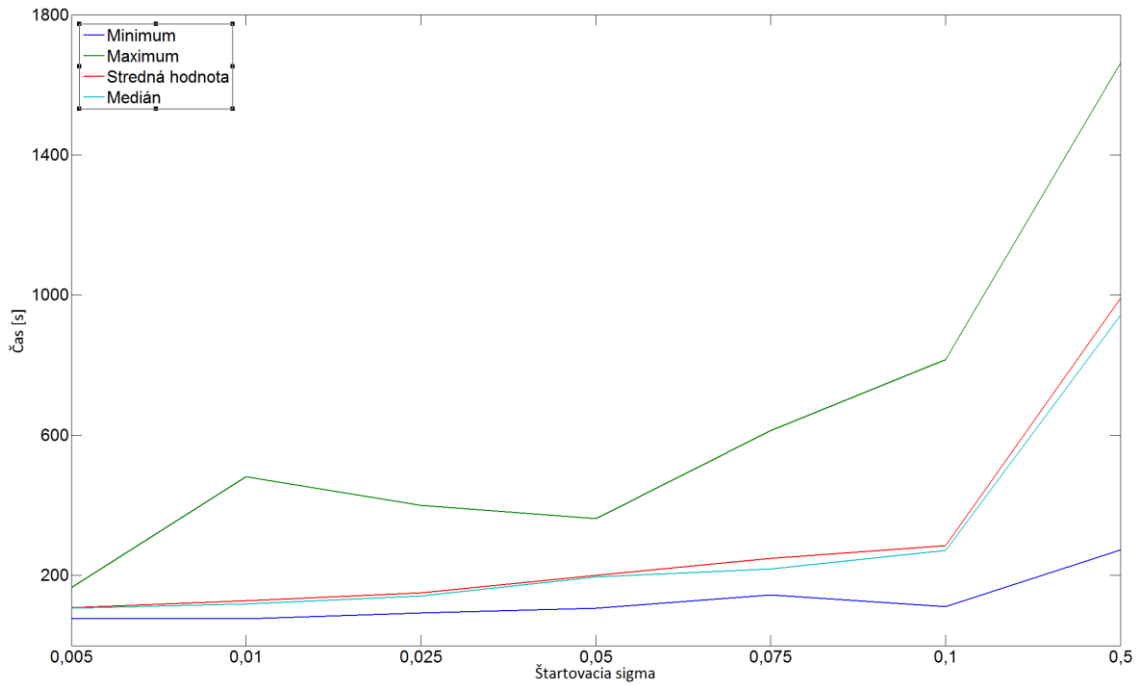
Tabuľka A4.7. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.5, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



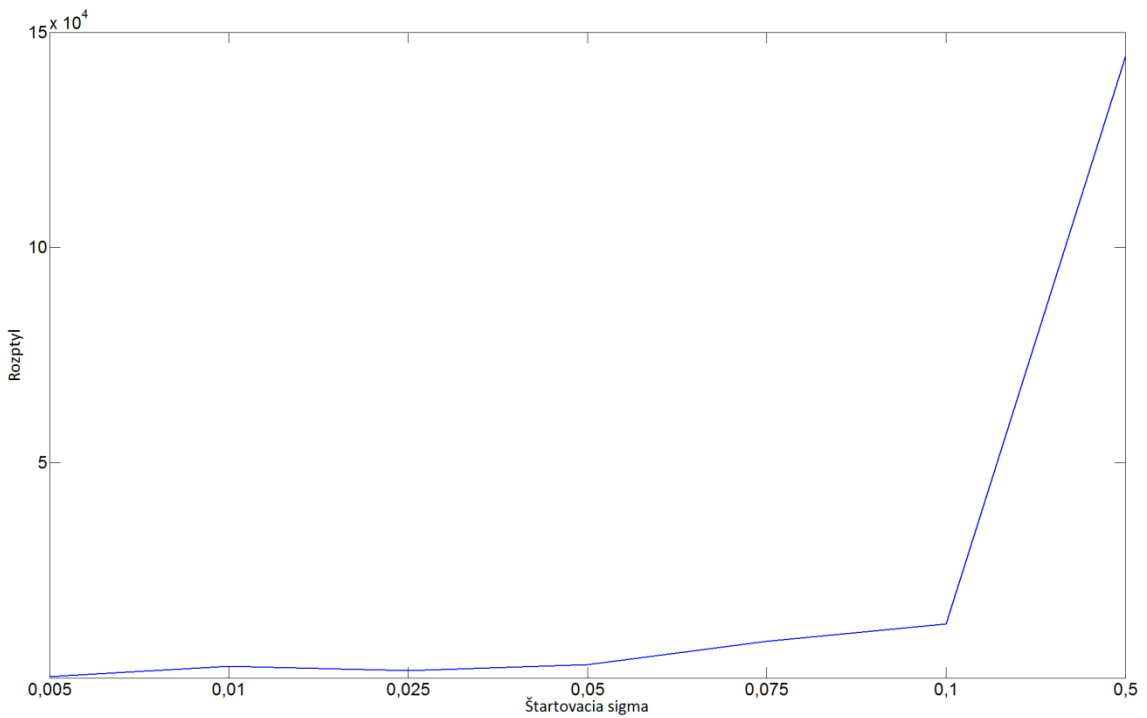
Obrázok A4.8. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.



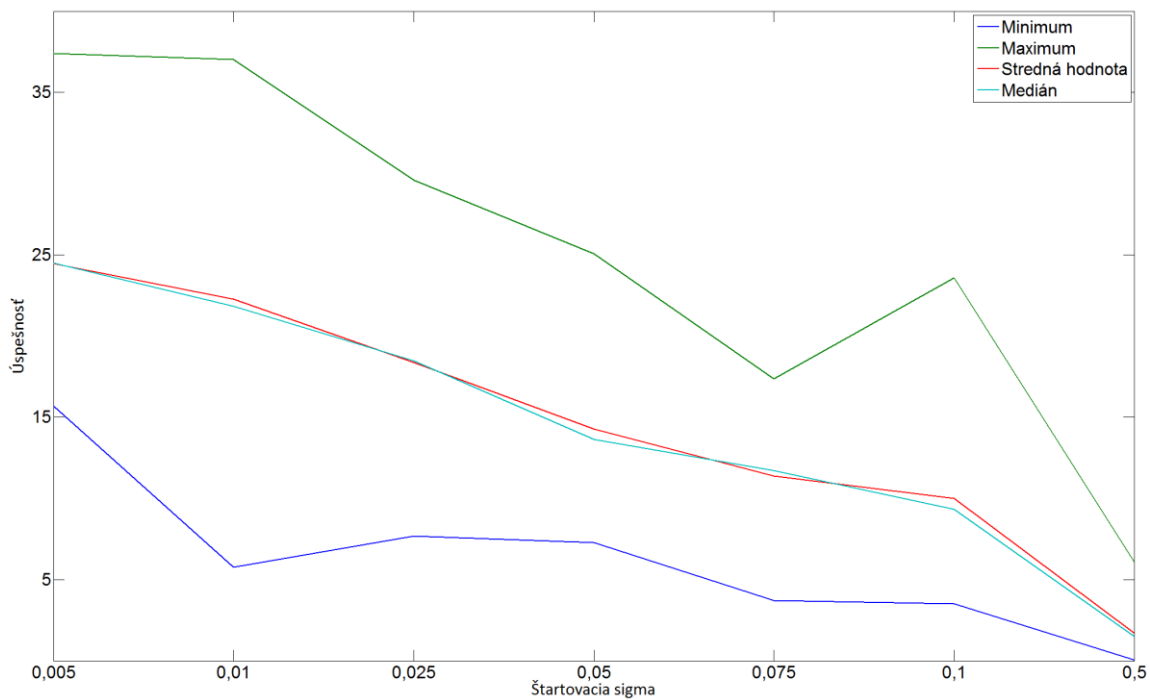
Obrázok A4.9. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.



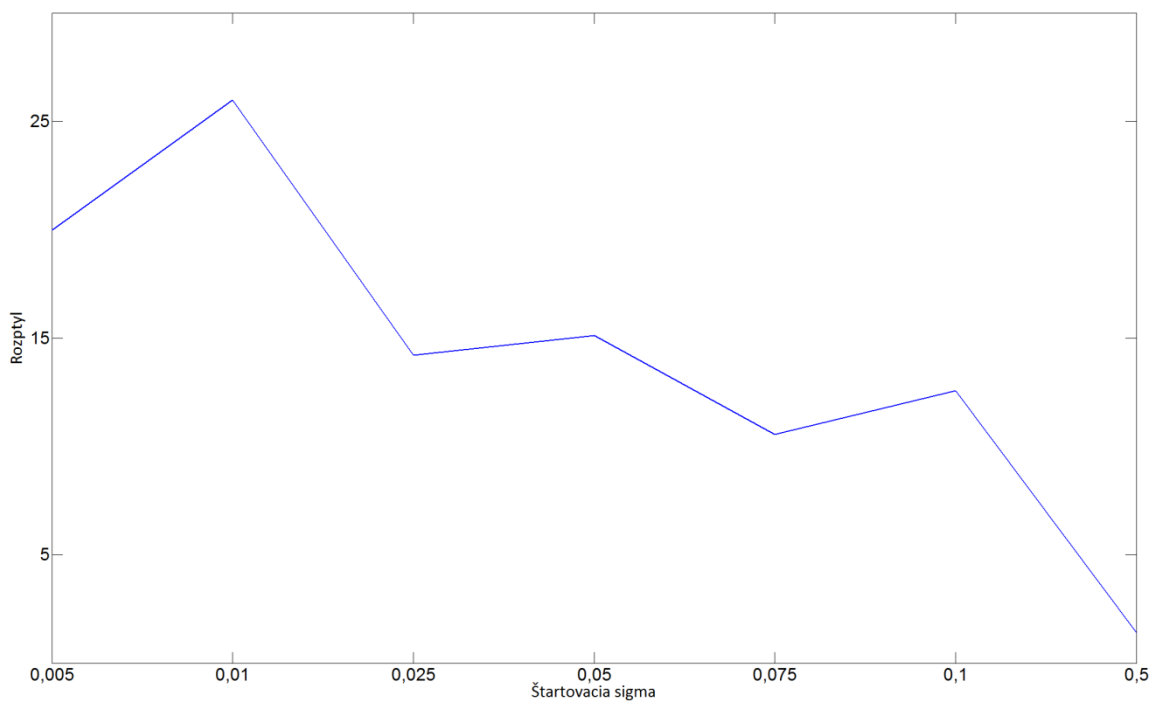
Obrázok A4.10. Štatistické parametre pre časy výpočtov v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.



Obrázok A4.11. Rozptyly pre časy výpočtov v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.

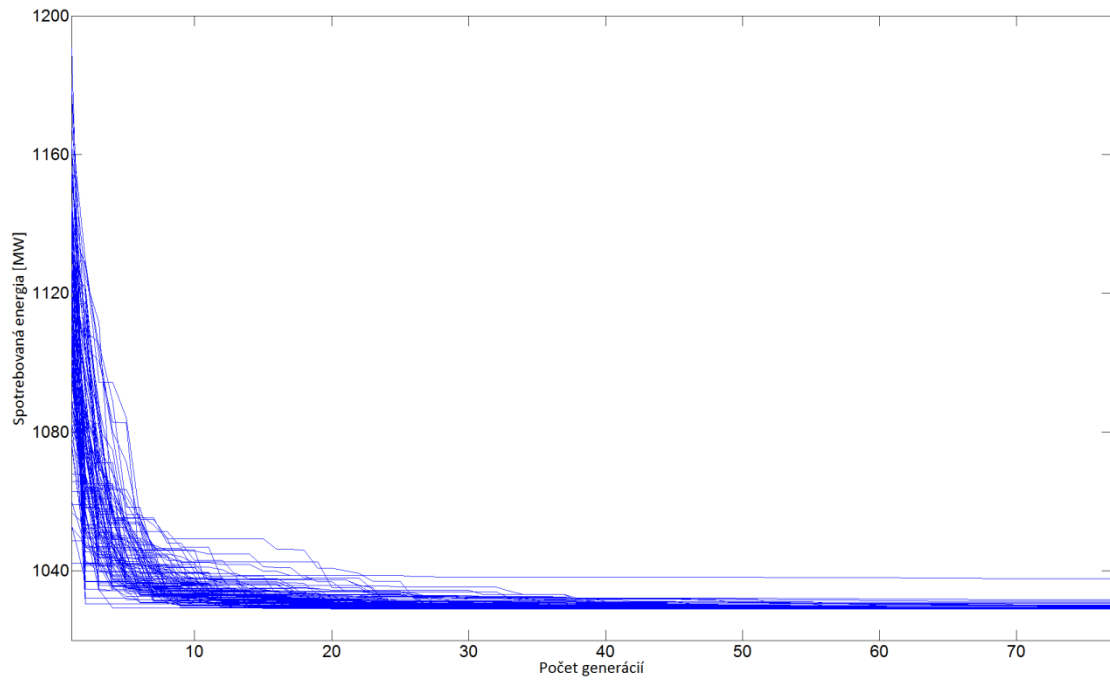


Obrázok A4.12. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.

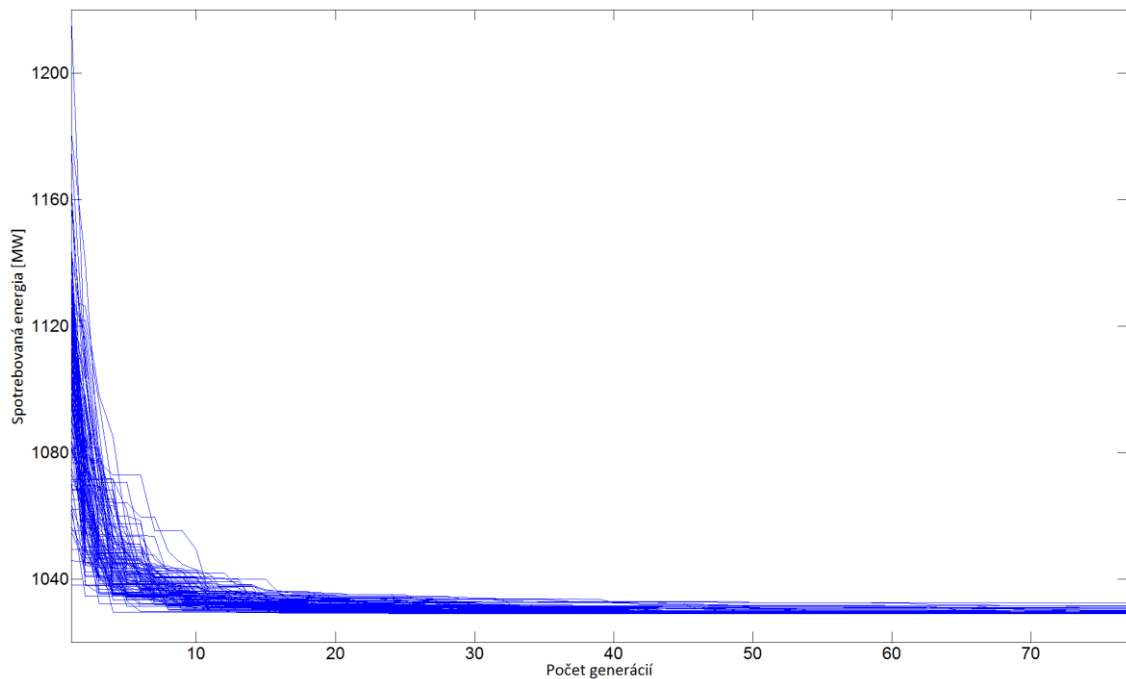


Obrázok A4.13. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.

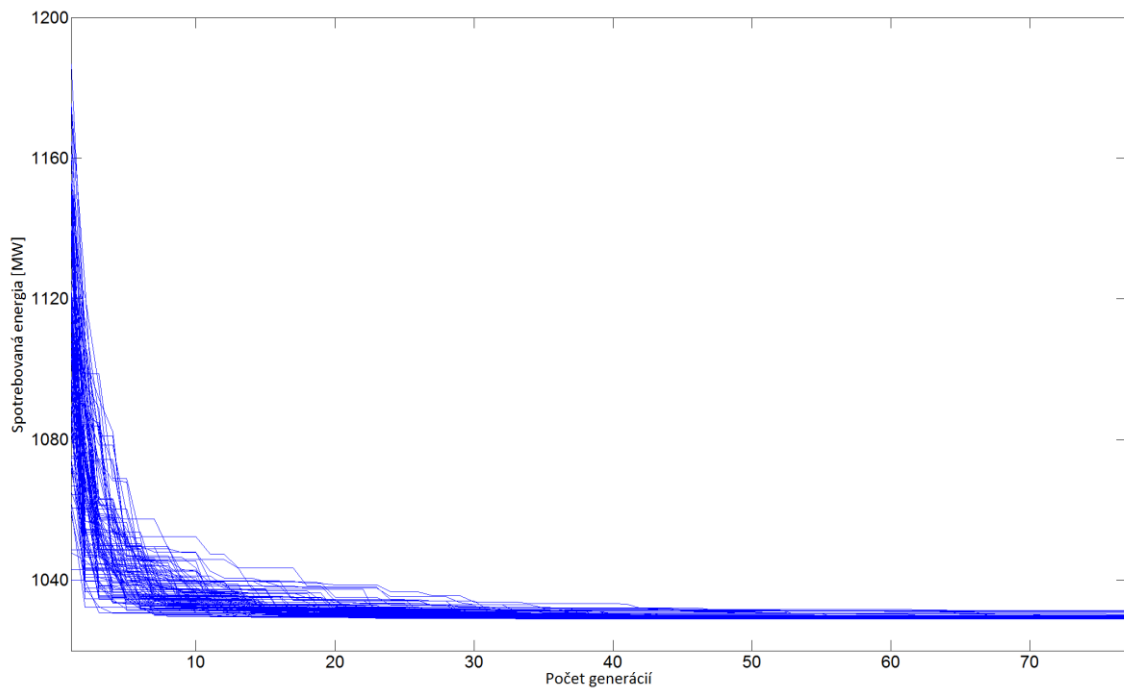
A5. Vynútené zmeňovanie parametra sigma



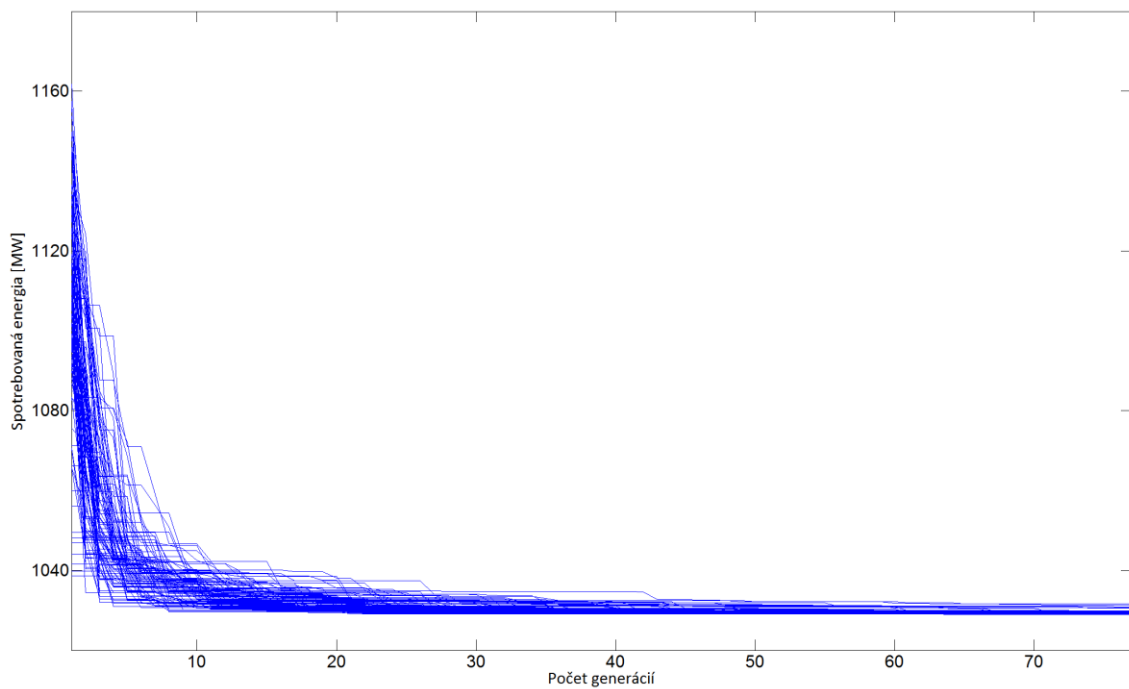
Obrázok A5.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmeňovanie sigiem – 0,8, zmeňovanie sigiem každých –5 generácií.



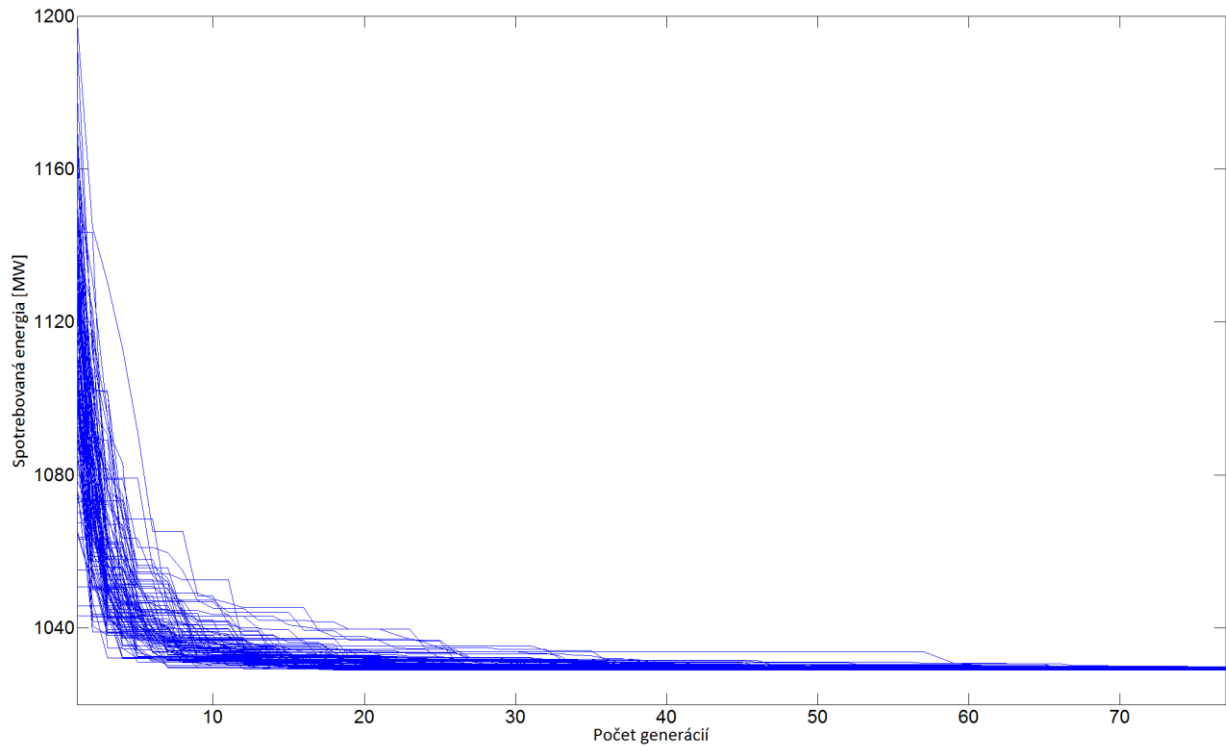
Obrázok A5.2. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmeňovanie sigiem – 0.8, zmeňovanie sigiem každých – 10 generácií.



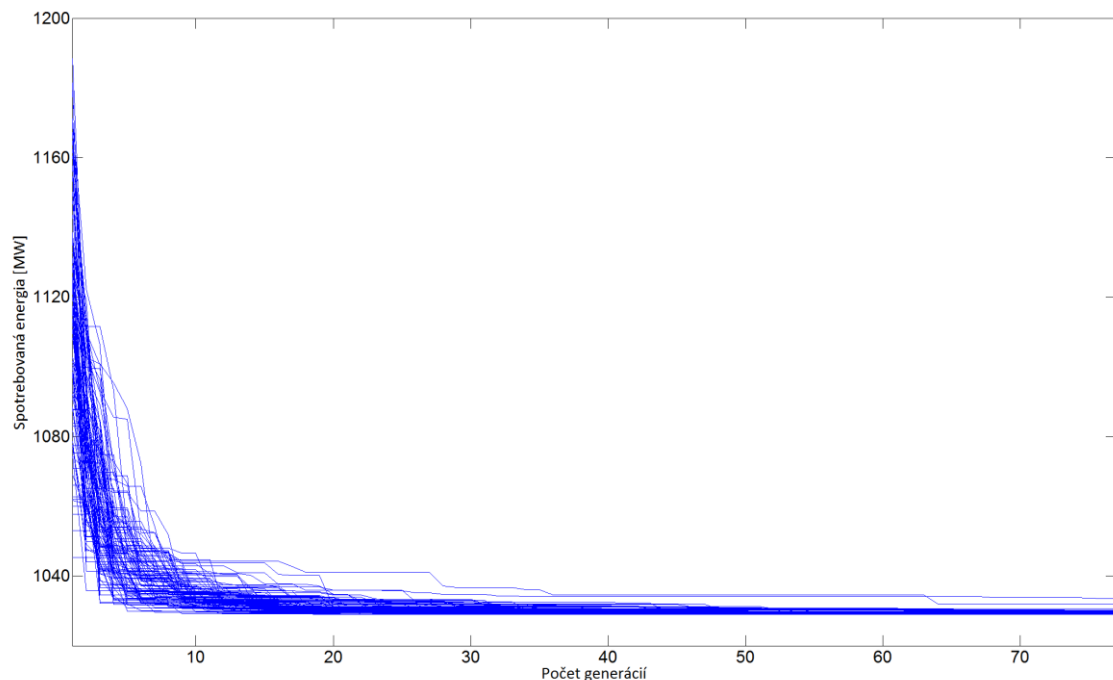
Obrázok A5.3. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.8, znižovanie sigiem každých – 25 generácií.



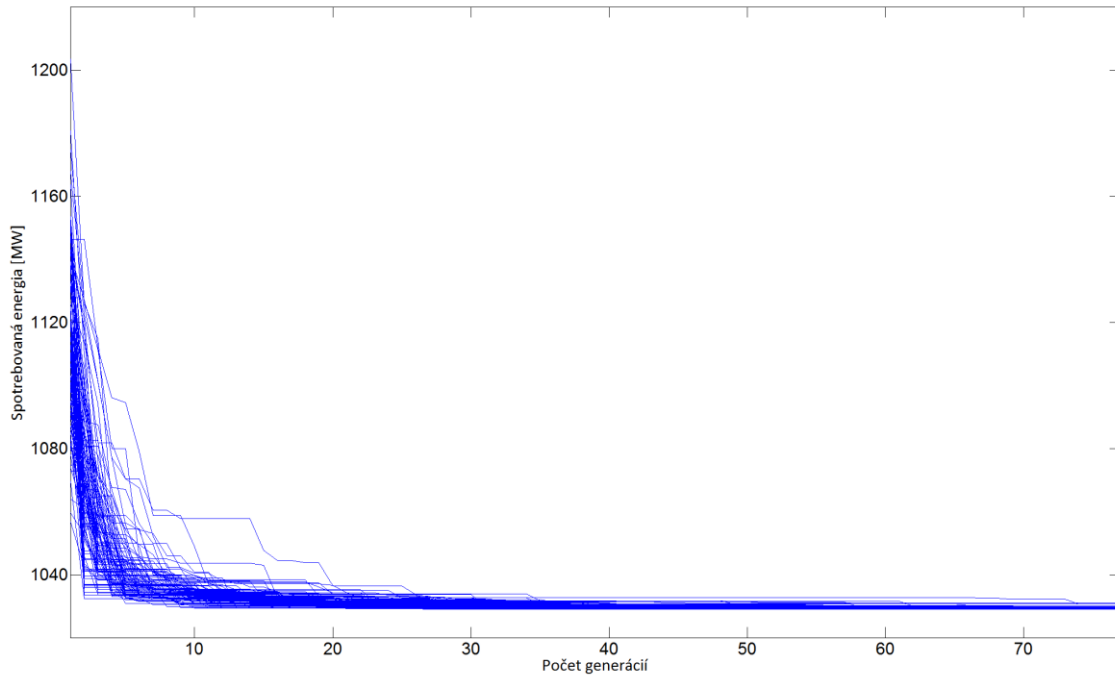
Obrázok A5.4. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých – 5 generácií.



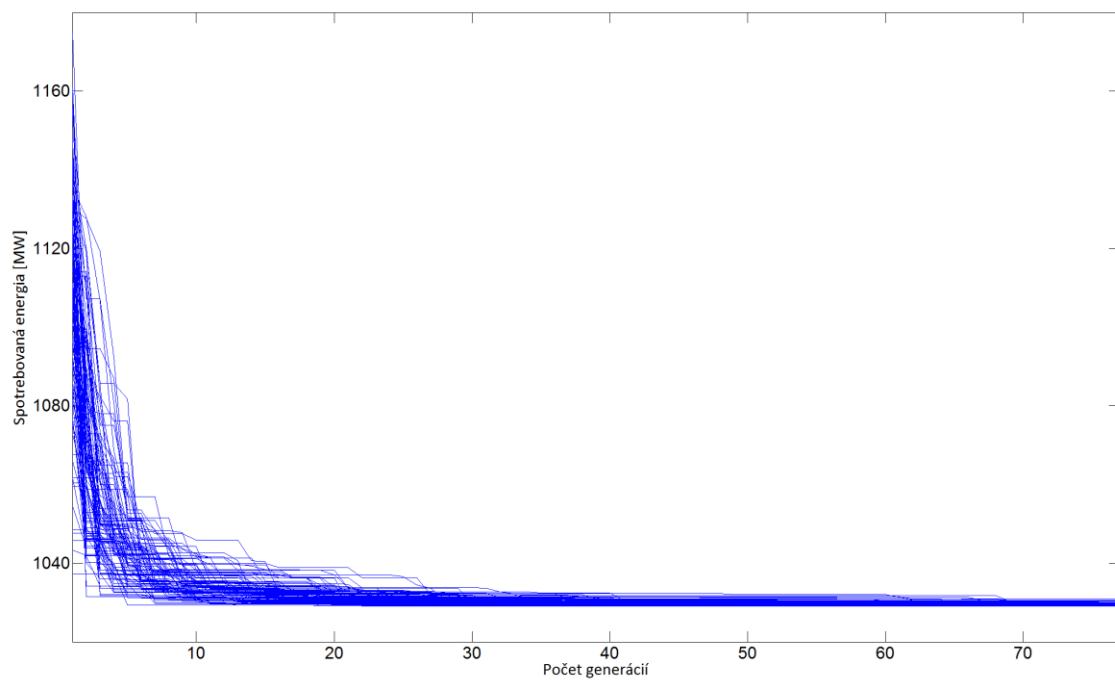
Obrázok A5.5. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmeňovanie sigiem – 0.95, zmeňovanie sigiem každých – 10 generácií.



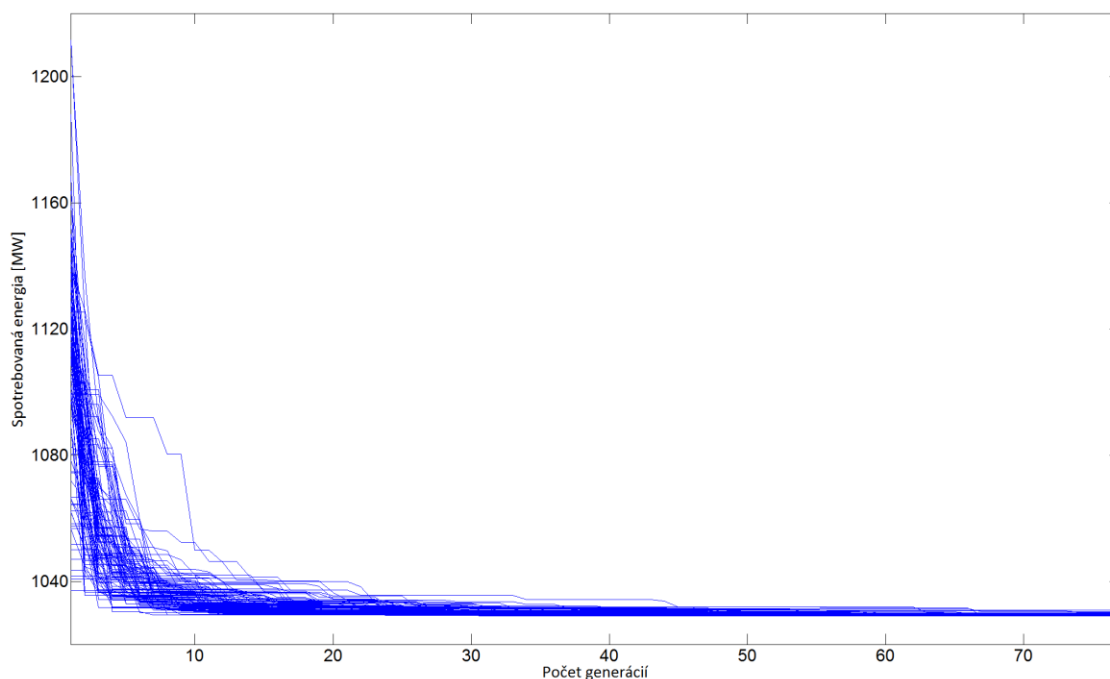
Obrázok A5.6. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmeňovanie sigiem – 0.95, zmeňovanie sigiem každých – 25 generácií.



Obrázok A5.7. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých – 5 generácií.



Obrázok A5.8. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých – 10 generácií.



Obrázok A5.9. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0.99, zmenšovanie sigiem každých – 25 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43996	1,29995	1,12069	1,43996	95,031	11,27
Maximum	1037,7	1,44	1,31129	1,16606	1,44	210,344	30,3579
Stredná hodnota	1029,3851	1,4399993	1,306355	1,1560156	1,4399993	136,15778	19,052723
Medián	1029,13	1,44	1,30603	1,156495	1,44	134,6405	18,78785
Smerodajná odchýlka	0,962362933	4,55161E-06	0,002284561	0,006030904	4,55161E-06	21,38250703	3,284766636
Rozptyl	0,926142414	2,07172E-11	5,21922E-06	3,63718E-05	2,07172E-11	457,2116068	10,78969185

Tabuľka A5.1. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0.8, zmenšovanie sigiem každých – 5 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43977	1,30242	1,13298	1,43977	97,61	9,82538
Maximum	1032,35	1,44	1,31447	1,16883	1,44	270,609	25,3271
Stredná hodnota	1029,3378	1,4399957	1,3070777	1,1572053	1,4399957	157,59562	17,0329988
Medián	1029,14	1,44	1,30649	1,15722	1,44	151,859	16,8492
Smerodajná odchýlka	0,579051087	2,55547E-05	0,002533925	0,006378544	2,55547E-05	33,22826506	3,084610044
Rozptyl	0,335300162	6,5304E-10	6,42078E-06	4,06858E-05	6,5304E-10	1104,117599	9,514819124

Tabuľka A5.2. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0.8, zmenšovanie sigiem každých 10 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43995	1,2986	1,13899	1,43995	103,281	7,84823
Maximum	1031,41	1,44	1,31608	1,16819	1,44	360,375	25,1835
Stredná hodnota	1029,395	1,4399995	1,3066184	1,1580273	1,4399995	184,87607	15,2636974
Medián	1029,23	1,44	1,306205	1,157815	1,44	177,601	15,1417
Smerodajná odchýlka	0,494285527	5E-06	0,00298115	0,00544586	5E-06	52,35009677	3,610240581
Rozptyl	0,244318182	2,5E-11	8,88725E-06	2,96574E-05	2,5E-11	2740,532632	13,03383705

Tabuľka A5.3. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.8, znižovanie sigiem každých 25 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029	1,43985	1,30177	1,13992	1,43985	98,719	7,54698
Maximum	1031,58	1,44	1,31258	1,1687	1,44	358,593	27,3452
Stredná hodnota	1029,3181	1,439998	1,3067384	1,1576198	1,439998	167,4711	16,602317
Medián	1029,18	1,44	1,30599	1,15746	1,44	158,633	16,4941
Smerodajná odchýlka	0,442834522	1,57634E-05	0,002438234	0,005112086	1,57634E-05	44,72042549	3,776993314
Rozptyl	0,196102414	2,48485E-10	5,94499E-06	2,61334E-05	2,48485E-10	1999,916456	14,26567849

Tabuľka A5.4. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,98	1,43955	1,30274	1,15009	1,43955	110,282	6,31914
Maximum	1029,97	1,44	1,31607	1,16679	1,44	421,969	23,4983
Stredná hodnota	1029,2581	1,4399955	1,3070181	1,159042	1,4399955	189,85739	15,1422341
Medián	1029,175	1,44	1,306565	1,158105	1,44	174,75	15,03065
Smerodajná odchýlka	0,223749928	4,5E-05	0,002606019	0,004093928	4,5E-05	59,65264552	3,762792953
Rozptyl	0,05006403	2,025E-09	6,79133E-06	1,67603E-05	2,025E-09	3558,438118	14,15861081

Tabuľka A5.5. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých 10 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,44	1,30245	1,13312	1,44	114,187	6,13821
Maximum	1033,6	1,44	1,31504	1,16741	1,44	400,172	25,9539
Stredná hodnota	1029,3866	1,44	1,3066048	1,1576035	1,44	197,71805	14,1294818
Medián	1029,22	1,44	1,30599	1,157425	1,44	195,351	13,97065
Smerodajná odchýlka	0,598810639	1,33898E-15	0,002732459	0,005066664	1,33898E-15	55,1491777	3,61024833
Rozptyl	0,358574182	1,79287E-30	7,46633E-06	2,56711E-05	1,79287E-30	3041,431801	13,033893

Tabuľka A5.6. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých 25 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,44	1,30287	1,1404	1,44	112,515	4,78943
Maximum	1030,96	1,44	1,31325	1,16723	1,44	507,485	25,8031
Stredná hodnota	1029,3375	1,44	1,3069995	1,1578122	1,44	198,1442	14,4376261
Medián	1029,25	1,44	1,306525	1,157595	1,44	176,8985	14,73865
Smerodajná odchýlka	0,344135207	1,33898E-15	0,002612082	0,004718136	1,33898E-15	68,36896014	3,674047043
Rozptyl	0,11842904	1,79287E-30	6,82297E-06	2,22608E-05	1,79287E-30	4674,314711	13,49862168

Tabuľka A5.7. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1029,02	1,44	1,29993	1,14018	1,44	116,906	8,26392
Maximum	1031	1,44	1,31574	1,16762	1,44	337,64	24,649
Stredná hodnota	1029,4069	1,44	1,3067131	1,1584442	1,44	189,77988	15,0669269
Medián	1029,3	1,44	1,306435	1,157935	1,44	177,203	15,07265
Smerodajná odchýlka	0,382185885	1,33898E-15	0,003067025	0,004616308	1,33898E-15	50,36972549	3,644221958
Rozptyl	0,146066051	1,79287E-30	9,40664E-06	2,13103E-05	1,79287E-30	2537,109246	13,28035368

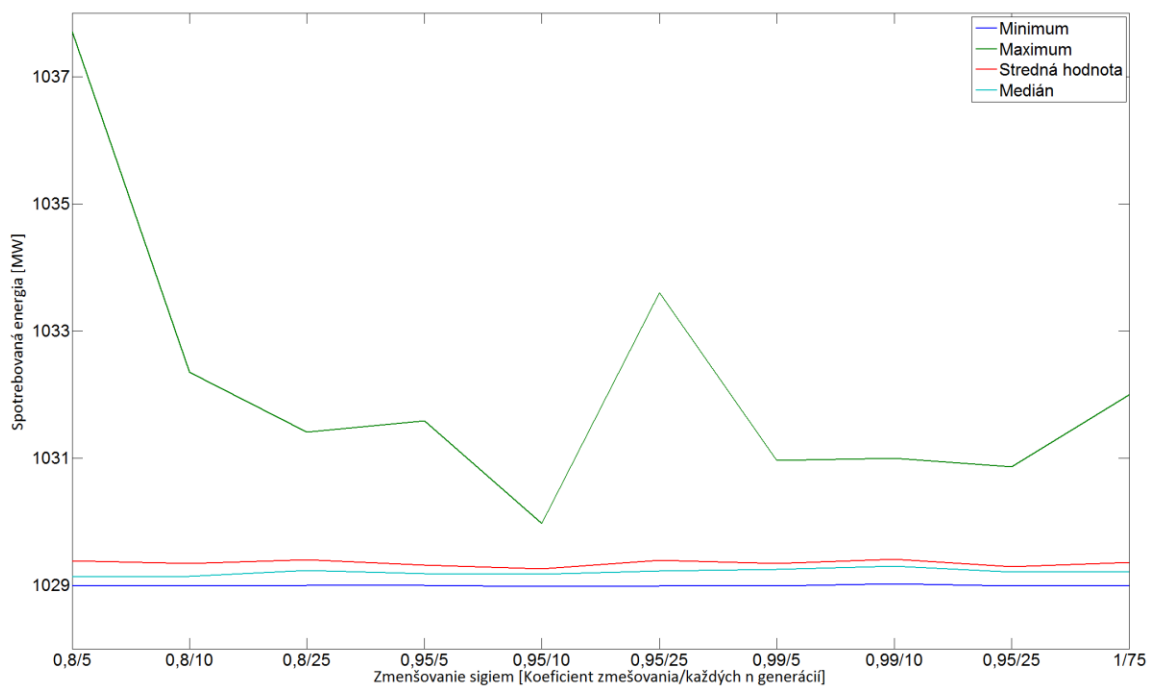
Tabuľka A5.8. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých 10 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,44	1,30189	1,14609	1,44	111,282	3,7385
Maximum	1030,86	1,44	1,31337	1,16841	1,44	548,063	24,1368
Stredná hodnota	1029,2882	1,44	1,3073429	1,1591414	1,44	208,41325	13,936959
Medián	1029,21	1,44	1,30714	1,15865	1,44	198,6955	13,33985
Smerodajná odchýlka	0,314364454	1,33898E-15	0,002809645	0,004684747	1,33898E-15	66,8435706	3,957644219
Rozptyl	0,09882501	1,79287E-30	7,89411E-06	2,19469E-05	1,79287E-30	4468,062931	15,66294776

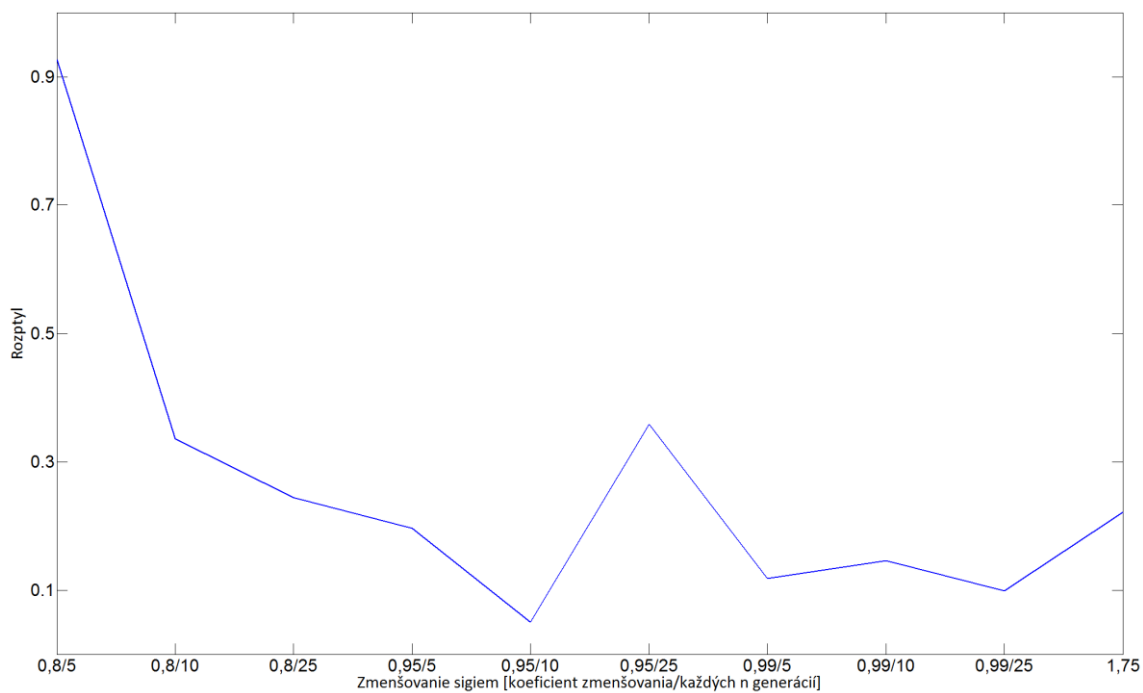
Tabuľka A5.9. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých 25 generácií.

	Energia [MW]	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1028,99	1,43991	1,30142	1,13562	1,43991	116,563	5,72838
Maximum	1032	1,44	1,31373	1,16735	1,44	490,75	21,8968
Stredná hodnota	1029,3577	1,4399991	1,3069472	1,158703	1,4399991	199,6525	14,2365858
Medián	1029,215	1,44	1,30666	1,15806	1,44	179,0465	14,4711
Smerodajná odchýlka	0,470252146	9E-06	0,002629383	0,005169729	9E-06	65,82256747	3,707324118
Rozptyl	0,221137081	8,1E-11	6,91366E-06	2,67261E-05	8,1E-11	4332,610389	13,74425211

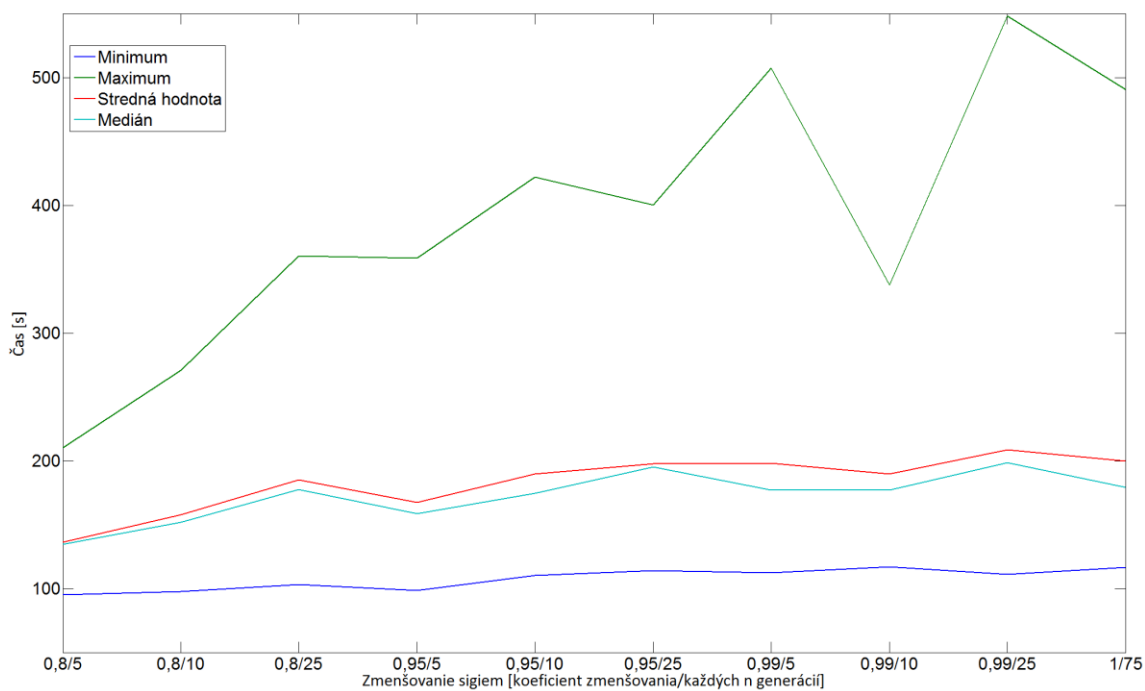
Tabuľka A5.10. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 75 generácií.



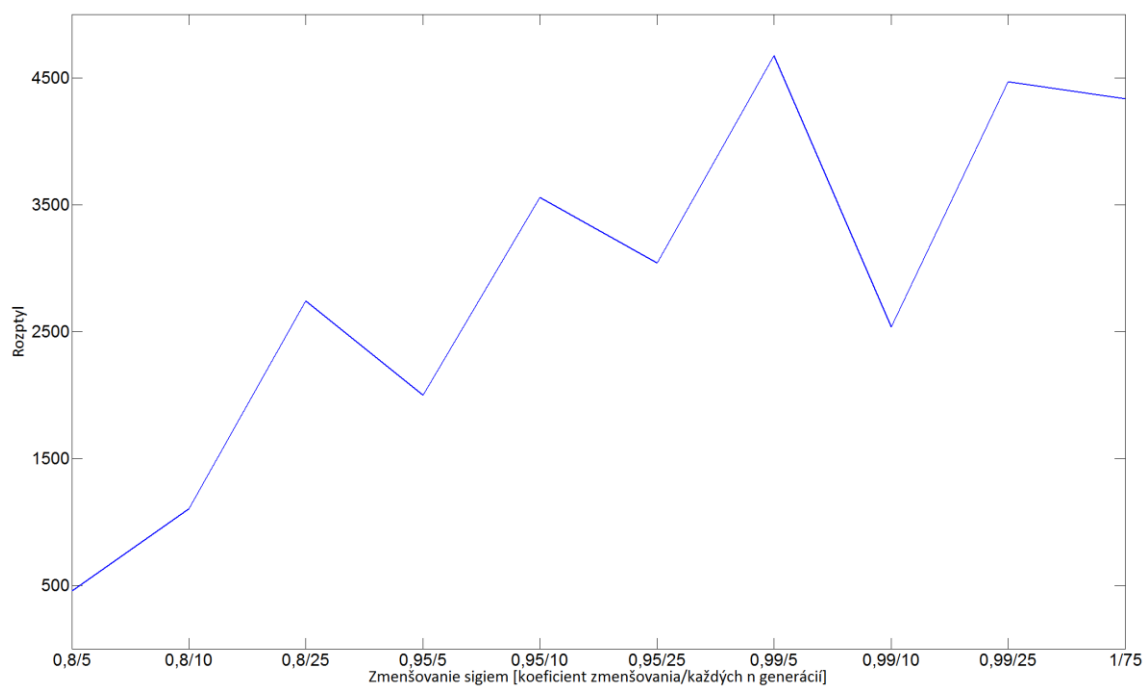
Obrázok A5.10. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od spôsobu zmešovania parametra sigma.



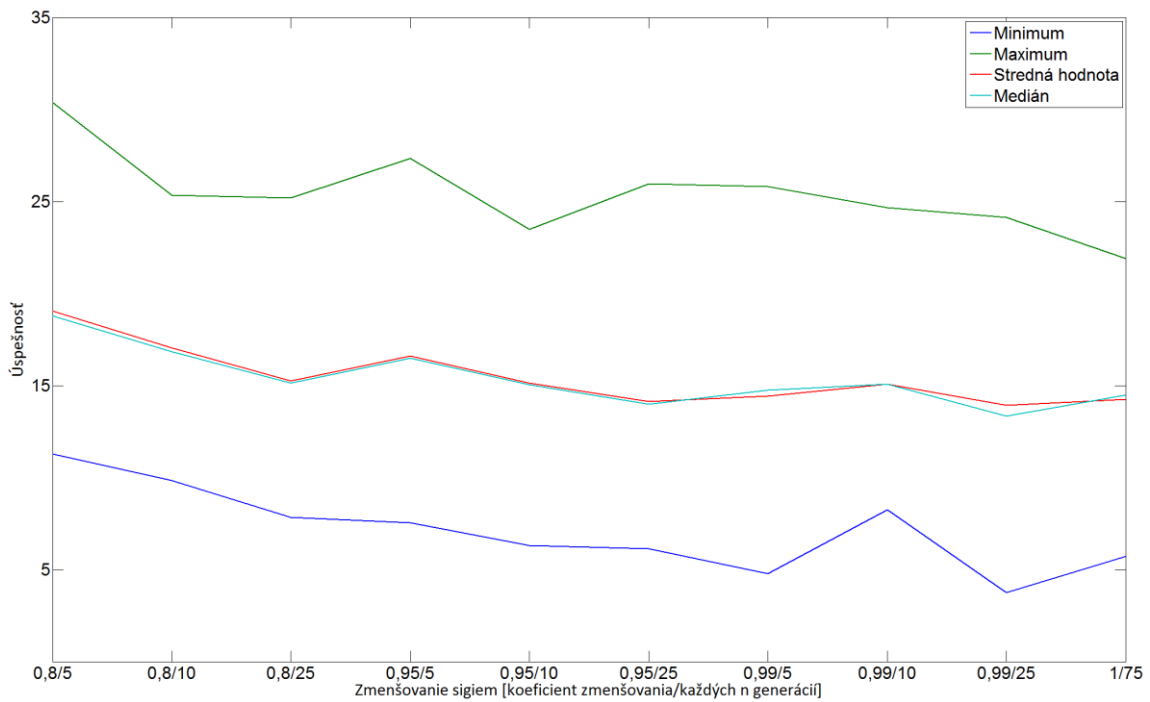
Obrázok A5.11. Rozptyly pre hodnoty dopočítanej energie v závislosti od spôsobu zmešovania parametra sigma.



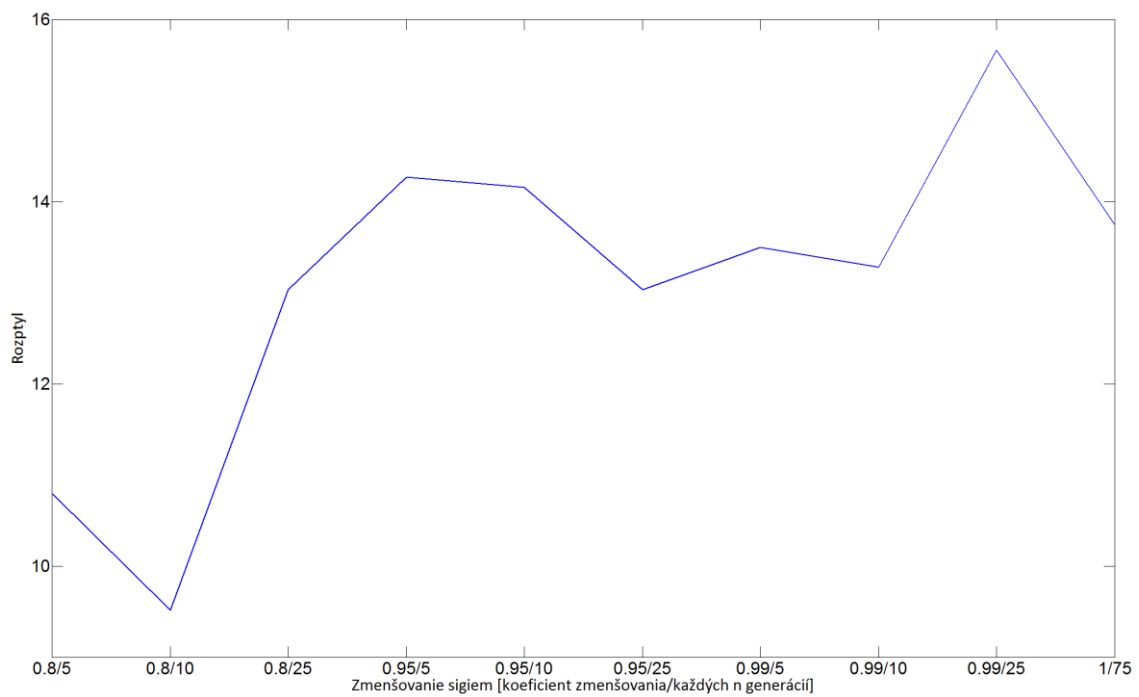
Obrázok A5.12. Štatistické parametre pre hodnoty času výpočtov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra σ .



Obrázok A5.13. Rozptyly pre hodnoty času výpočtov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra σ .



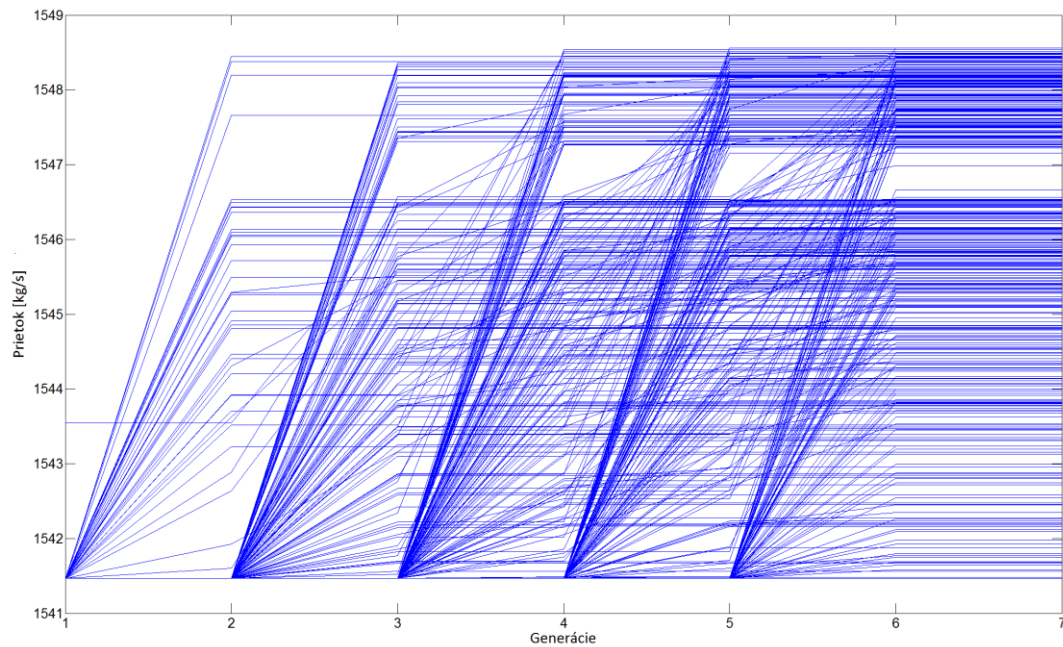
Obrázok A5.14. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.



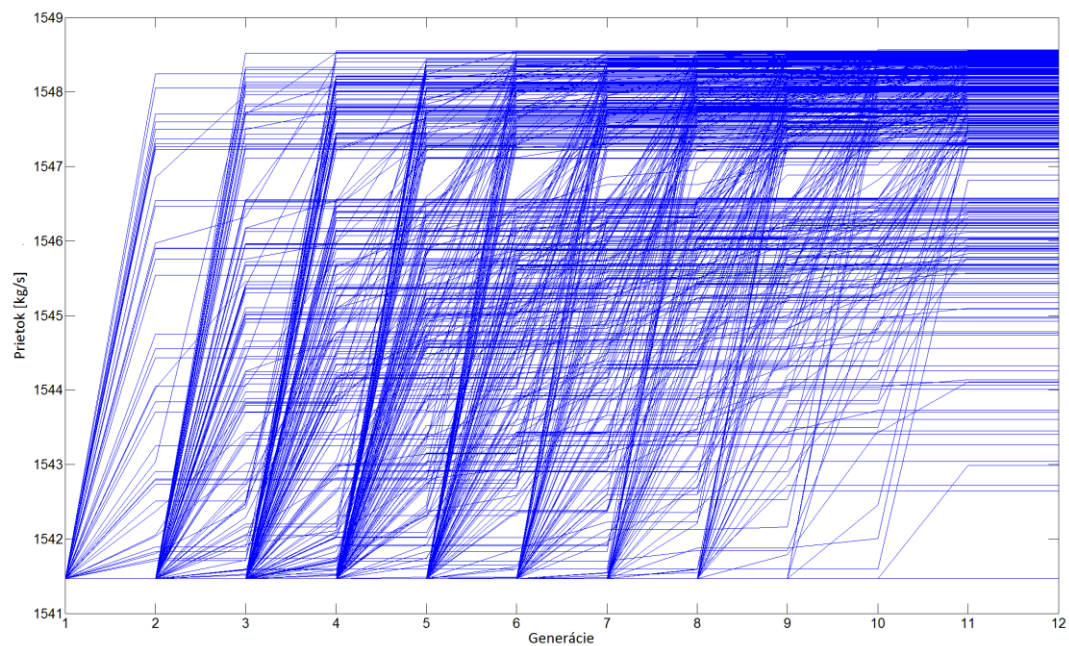
Obrázok A5.15. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.

B. Úloha na maximálny prietok č. 1

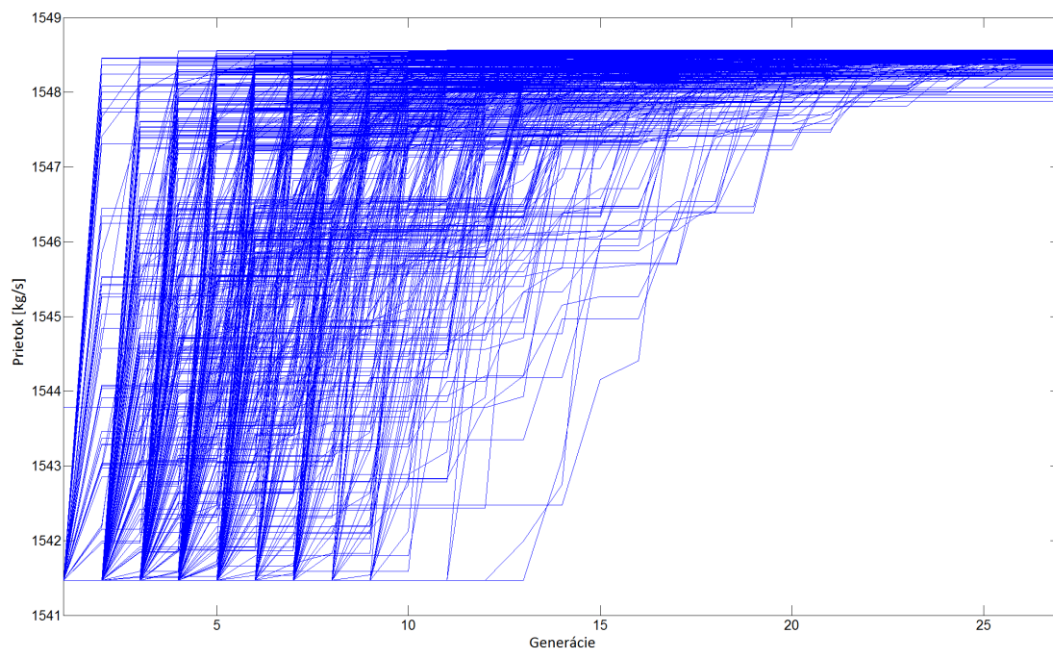
B1. Počet generácií



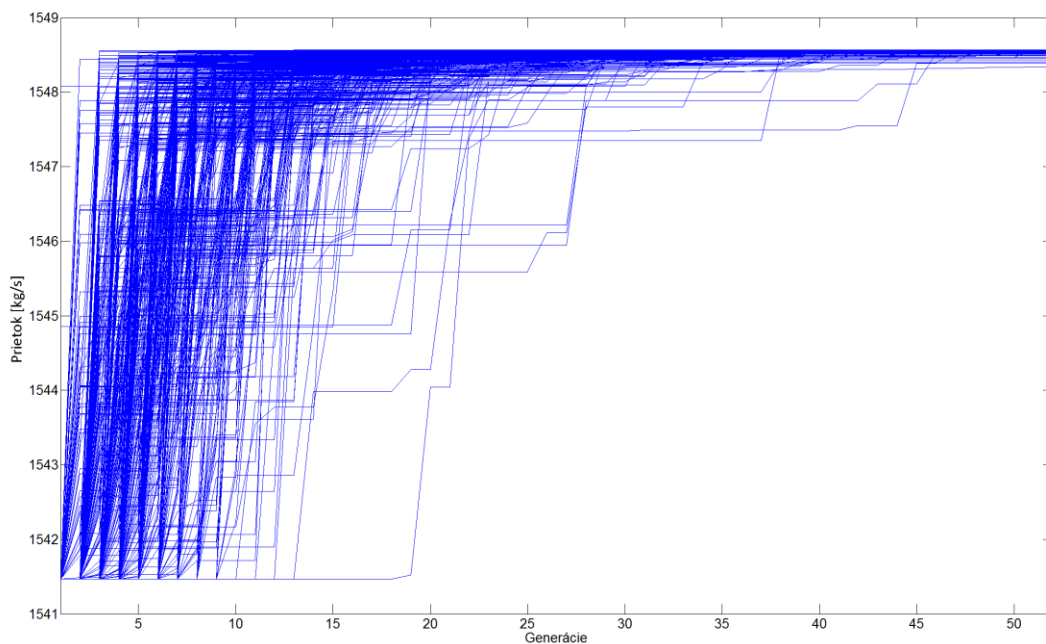
Obrázok B1.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1.0, zmenšovanie sigiem každých –5 generácií.



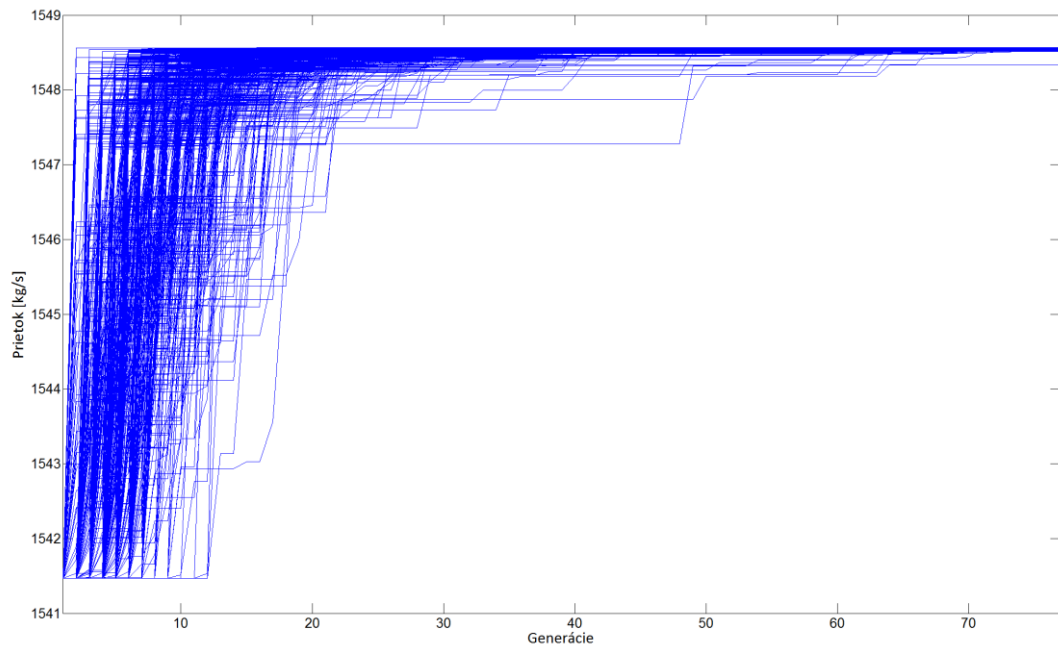
Obrázok B1.2. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1.0, zmenšovanie sigiem každých –10 generácií.



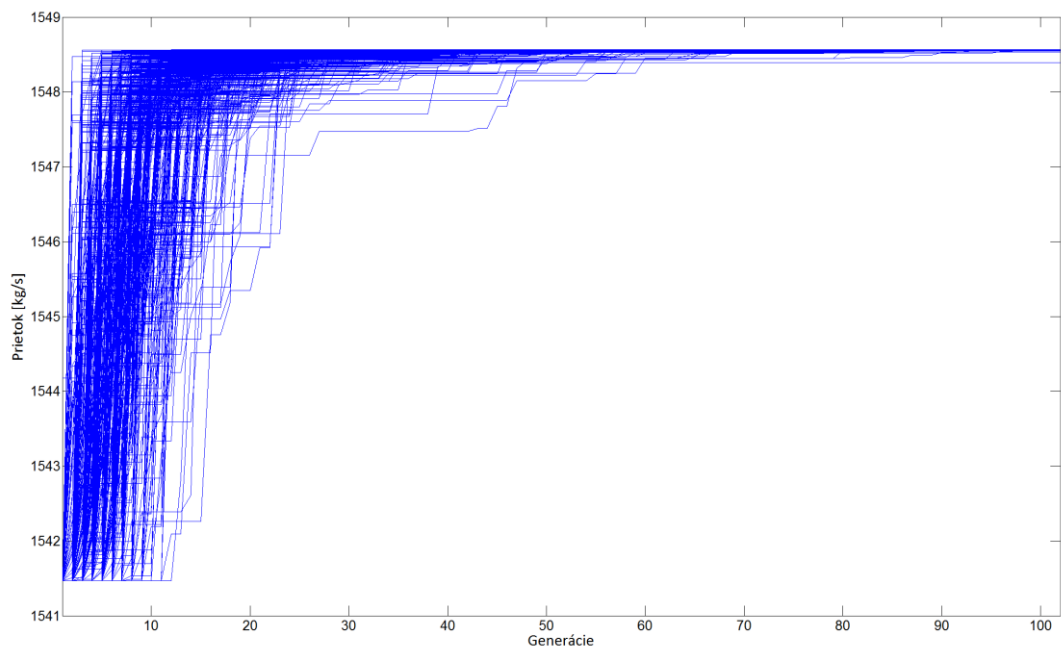
Obrázok B1.3. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 25, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 25, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých – 25 generácií.



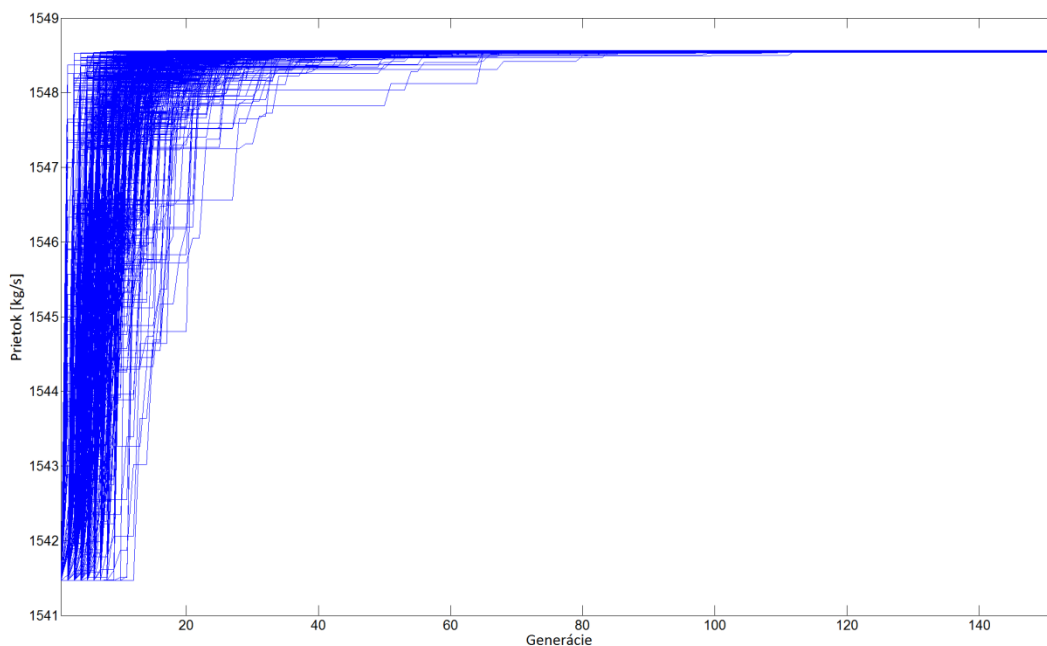
Obrázok B1.4. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B1.5. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých –75 generácií.



Obrázok B1.6. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 100, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 100, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých –100 generácií.



Obrázok B1.7. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 150, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 150, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých –150 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1541,469313	1,42455	1,30875	2,844	47,4138
Maximum	1548,563606	1,43	1,3147	7,562	90,1639
Stredná hodnota	1545,233729	1,42987732	1,312171818	4,685256	68,6125456
Medián	1545,669985	1,43	1,3127	4,6565	68,75
Smerodajná odchýlka	2,413614363	0,00058871	0,0023087	0,704913746	6,756052102
Rozptyl	5,825534294	3,4658E-07	5,3301E-06	0,496903389	45,64424

Tabuľka B1.1. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1541,469313	1,42771	1,30875	5,5	52,7638
Maximum	1548,563606	1,43	1,31775	10,9	87,5
Stredná hodnota	1547,487982	1,42995468	1,31419846	7,946946	68,9490394
Medián	1548,004566	1,43	1,31454	7,8905	68,6275
Smerodajná odchýlka	1,297957013	0,000262507	0,001112331	0,946705014	6,121461645
Rozptyl	1,684692408	6,89099E-08	1,23728E-06	0,896250384	37,47229267

Tabuľka B1.2. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 10 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1547,886459	1,42977	1,31437	12	54,4872
Maximum	1548,563606	1,43	1,31533	24,39	87,3288
Stredná hodnota	1548,511087	1,42999896	1,31499256	17,370952	72,1244134
Medián	1548,547858	1,43	1,31502	17,1955	72,4432
Smerodajná odchýlka	0,089986988	1,23622E-05	9,07785E-05	1,936157933	5,726544544
Rozptyl	0,008097658	1,52824E-10	8,24073E-09	3,748707541	32,79331242

Tabuľka B1.3. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 25, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 25, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 25 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,335266	1,42946	1,31487	26,016	50,349
Maximum	1548,563606	1,43	1,31576	48,641	84,8739
Stredná hodnota	1548,558629	1,42999892	1,31503762	32,483944	73,6052604
Medián	1548,563606	1,43	1,31504	31,797	74,4838
Smerodajná odchýlka	0,019261933	2,41495E-05	3,60768E-05	3,261200173	5,575279278
Rozptyl	0,000371022	5,832E-10	1,30154E-09	10,63542657	31,08373902

Tabuľka B1.4. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,327392	1,43	1,31481	38,969	55,1497
Maximum	1548,563606	1,43	1,31504	66,844	84,9269
Stredná hodnota	1548,561354	1,43	1,31503806	47,193804	74,3662954
Medián	1548,563606	1,43	1,31504	46,203	75,4246
Smerodajná odchýlka	0,012542046	1,0002E-14	1,19634E-05	4,292306536	5,007619583
Rozptyl	0,000157303	1,00E-28	1,43123E-10	18,4238954	25,07625388

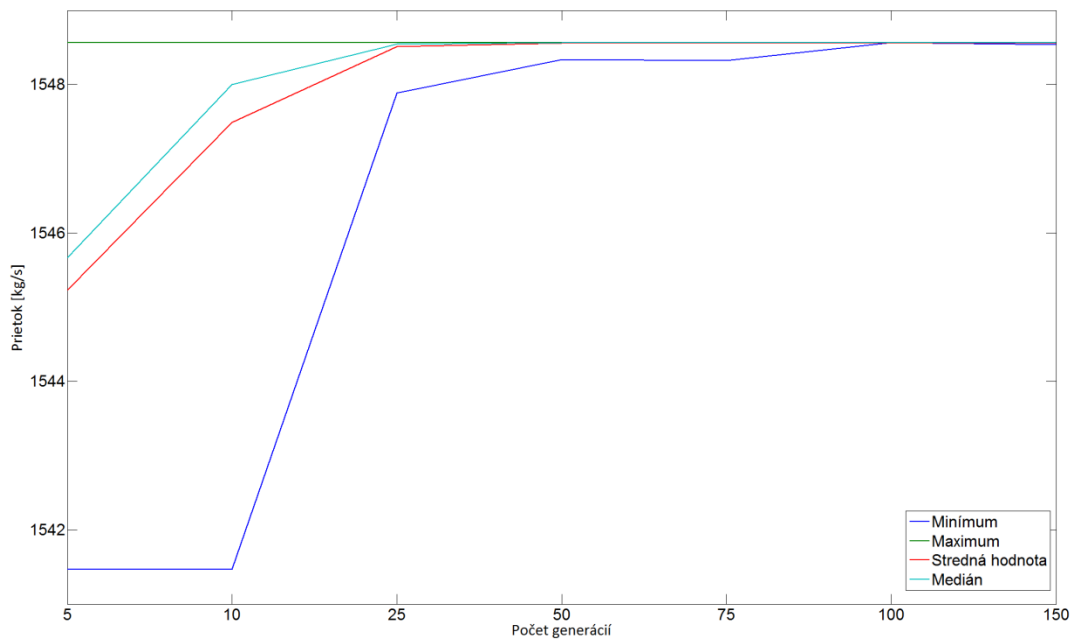
Tabuľka B1.5. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 75 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,563606	1,42999	1,31487	52,641	55,2805
Maximum	1548,563606	1,43	1,31505	85,485	84,8101
Stredná hodnota	1548,562834	1,42999998	1,3150394	61,728968	75,098333
Medián	1548,563606	1,43	1,31504	60,9455	75,9637
Smerodajná odchýlka	0,0081315	4,47214E-07	7,96032E-06	4,985625356	4,493770649
Rozptyl	6,61213E-05	2E-13	6,33667E-11	24,85646019	20,19397465

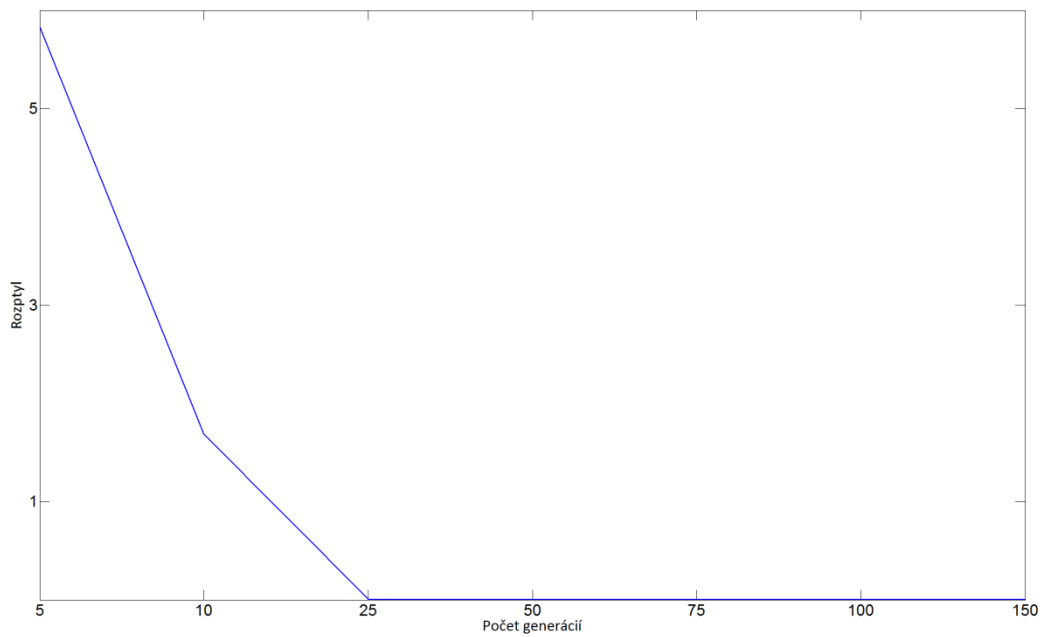
Tabuľka B1.6. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 100, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 100, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 100 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,539984	1,43	1,31502	79,125	54,1172
Maximum	1548,563606	1,43	1,31504	134,297	85,1244
Stredná hodnota	1548,563432	1,43	1,31503986	93,756962	75,9414494
Medián	1548,563606	1,43	1,31504	92,656	76,53195
Smerodajná odchýlka	0,001681516	1,0002E-14	1,4781E-06	7,098276019	4,154696262
Rozptyl	2,8275E-06	1,0004E-28	2,18477E-12	50,38552245	17,26150103

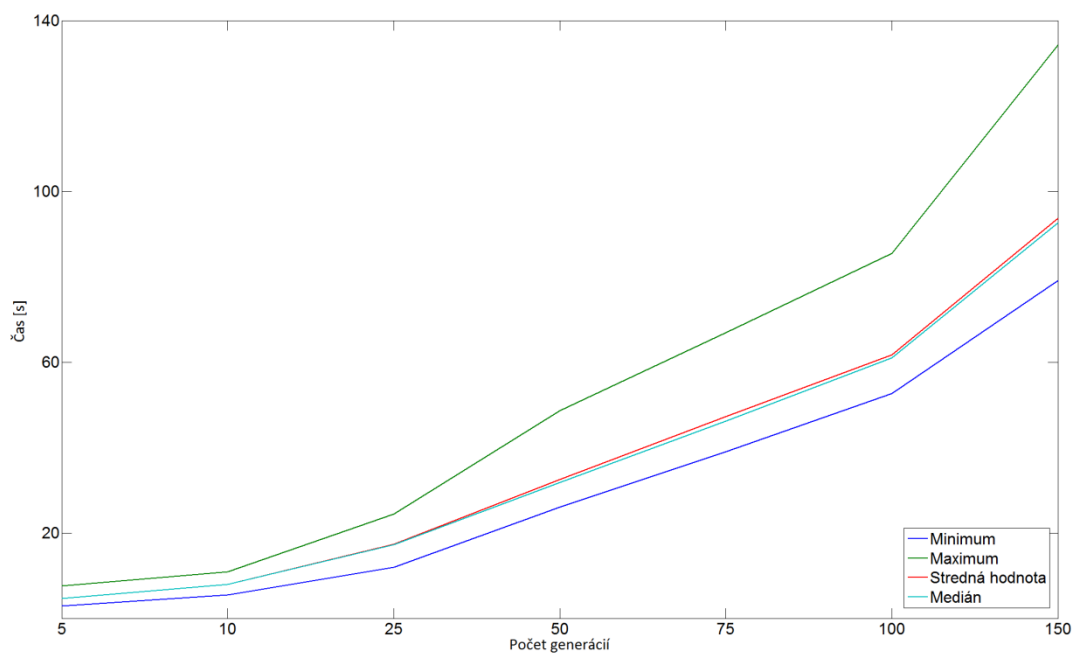
Tabuľka B1.7. Pribeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 150, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 150, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 150 generácií.



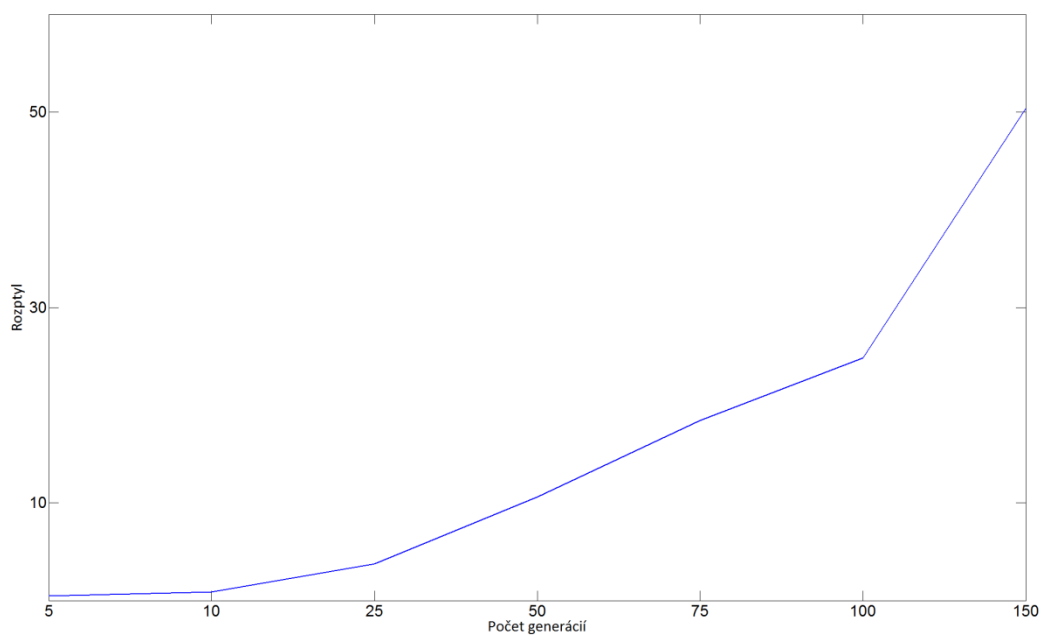
Obrázok B1.8. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od počtu generácií.



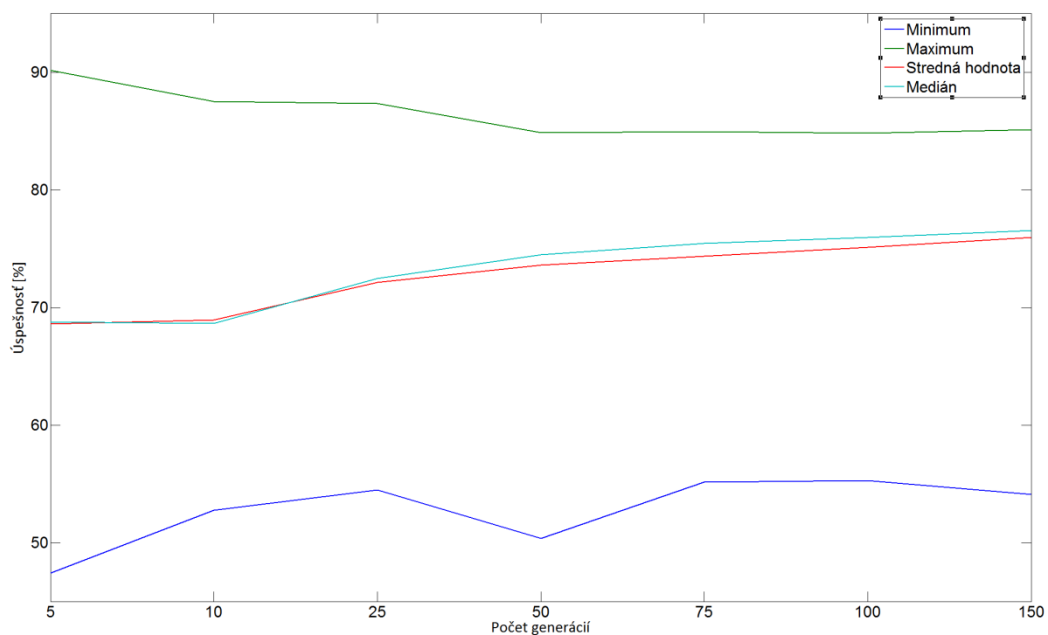
Obrázok B1.9. Rozptyly pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od počtu generácií.



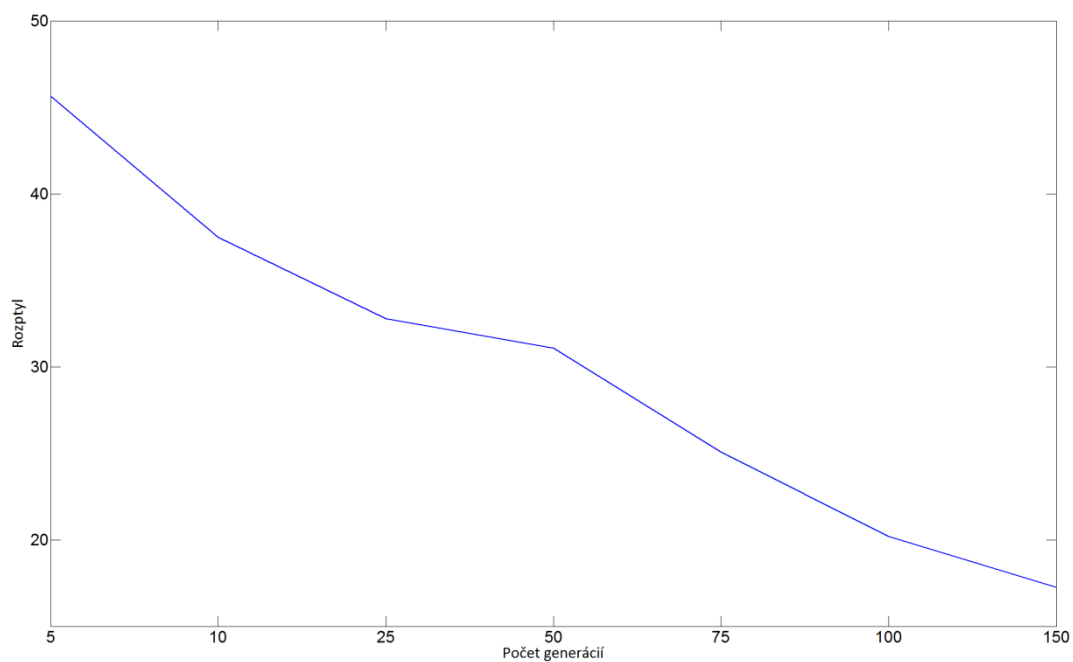
Obrázok B1.10. Štatistické parametre pre hodnoty času výpočtov v závislosti od počtu generácií.



Obrázok B1.11. Rozptyly pre hodnoty času výpočtov v závislosti od počtu generácií.

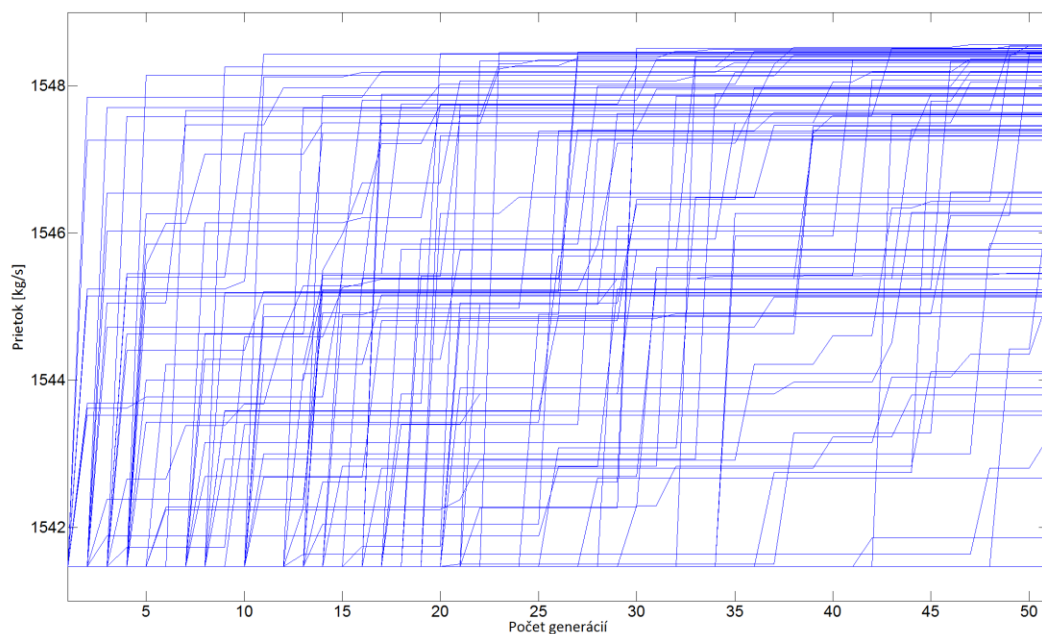


Obrázok B1.12. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti počtu generácií.

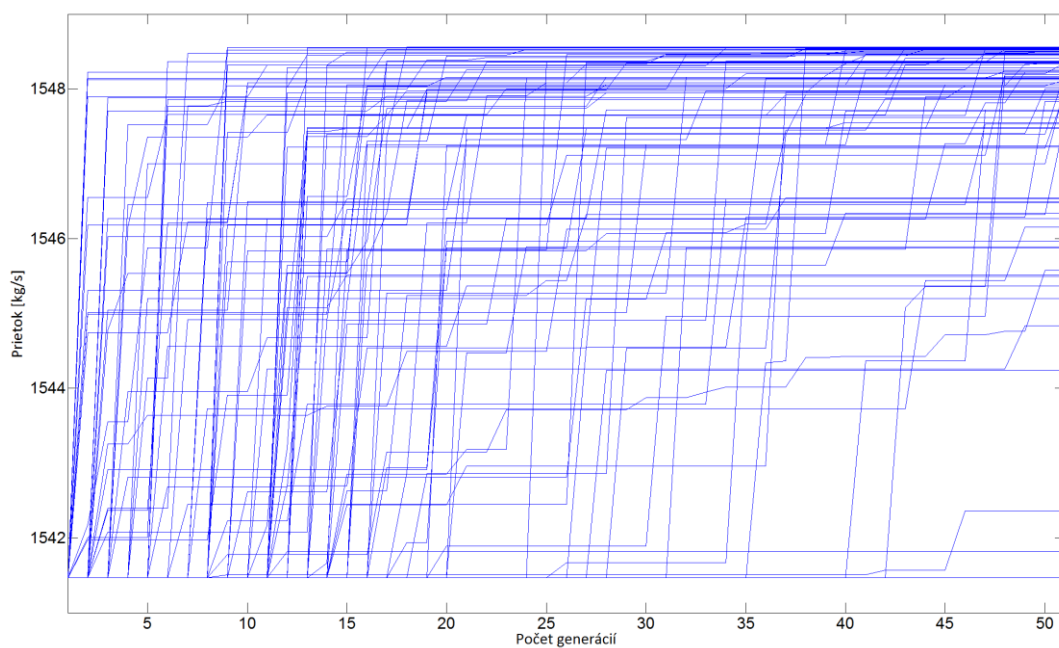


Obrázok B1.13. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počtu generácií.

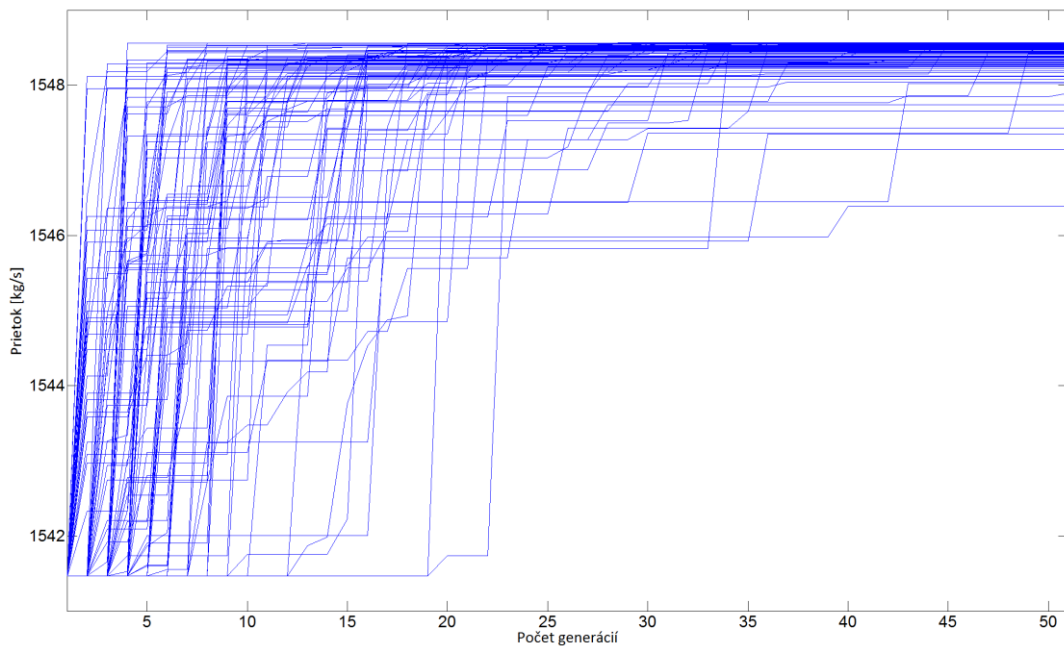
B2. Počet členov v každej generácii



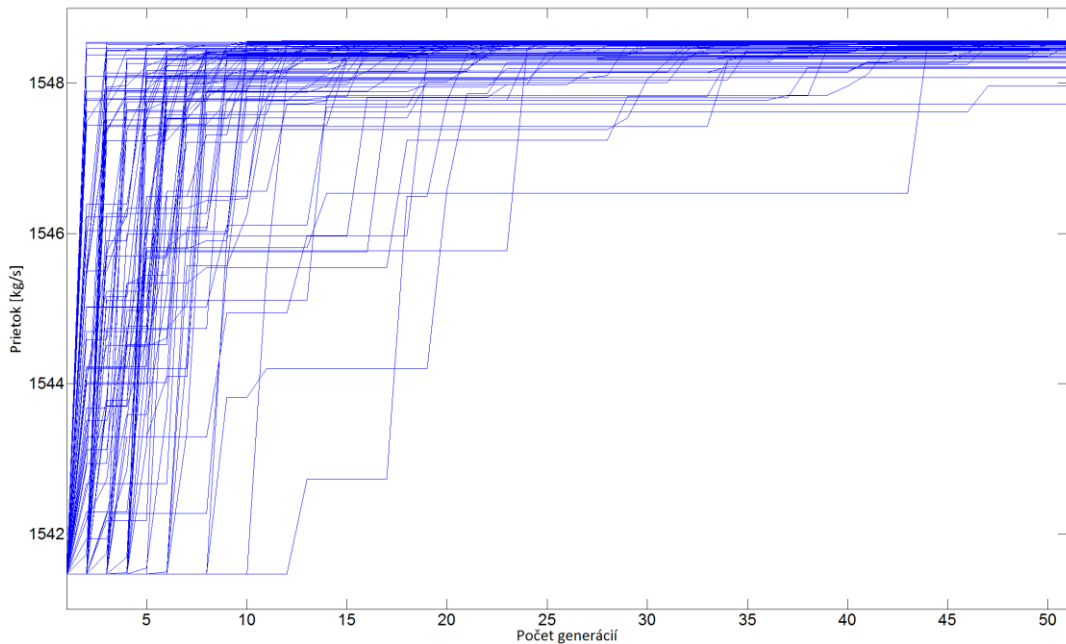
Obrázok B2.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 1, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



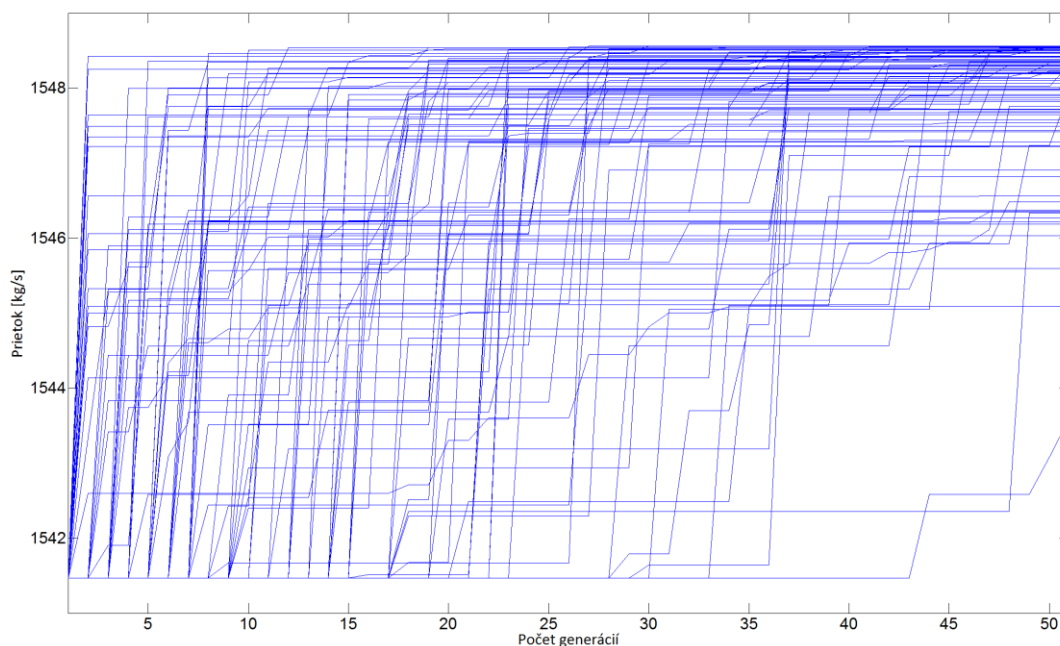
Obrázok B2.2. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 2, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



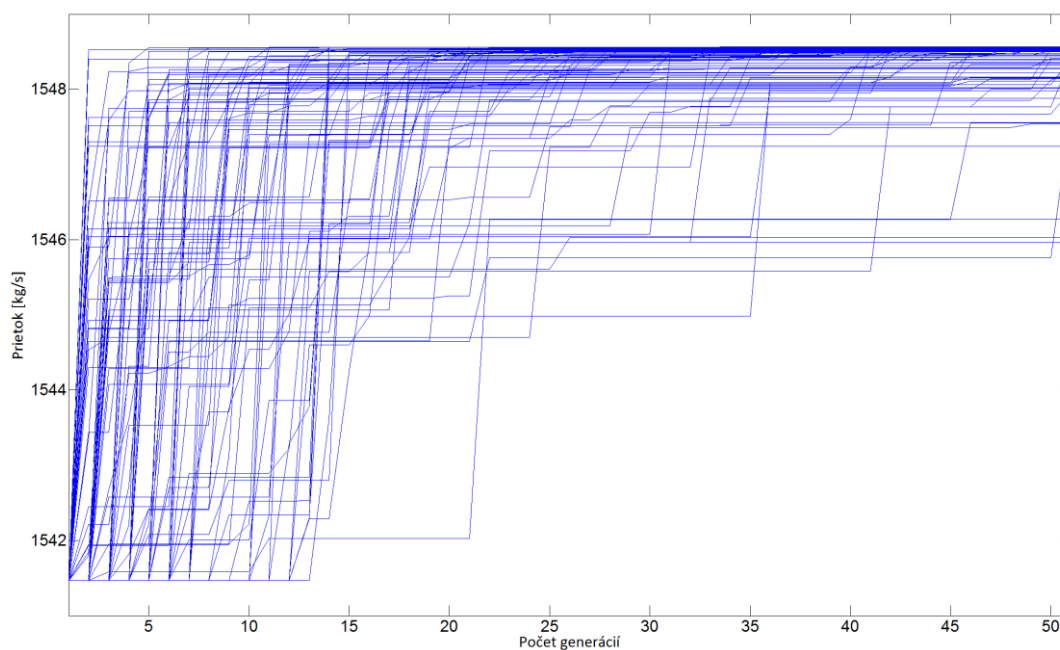
Obrázok B2.3. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



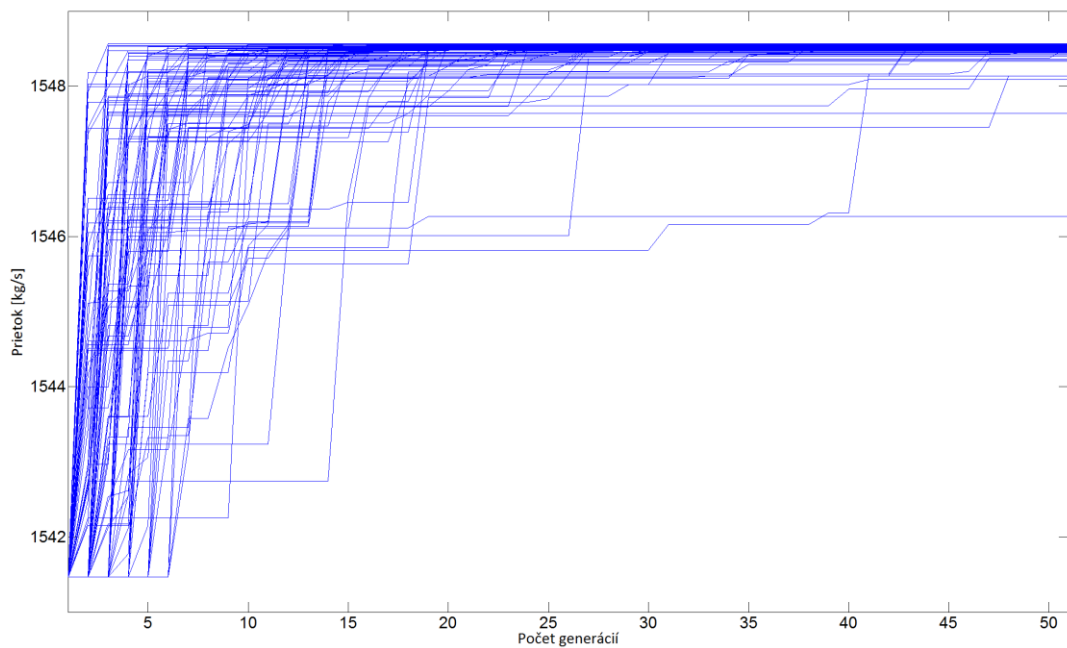
Obrázok B2.4. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 1, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



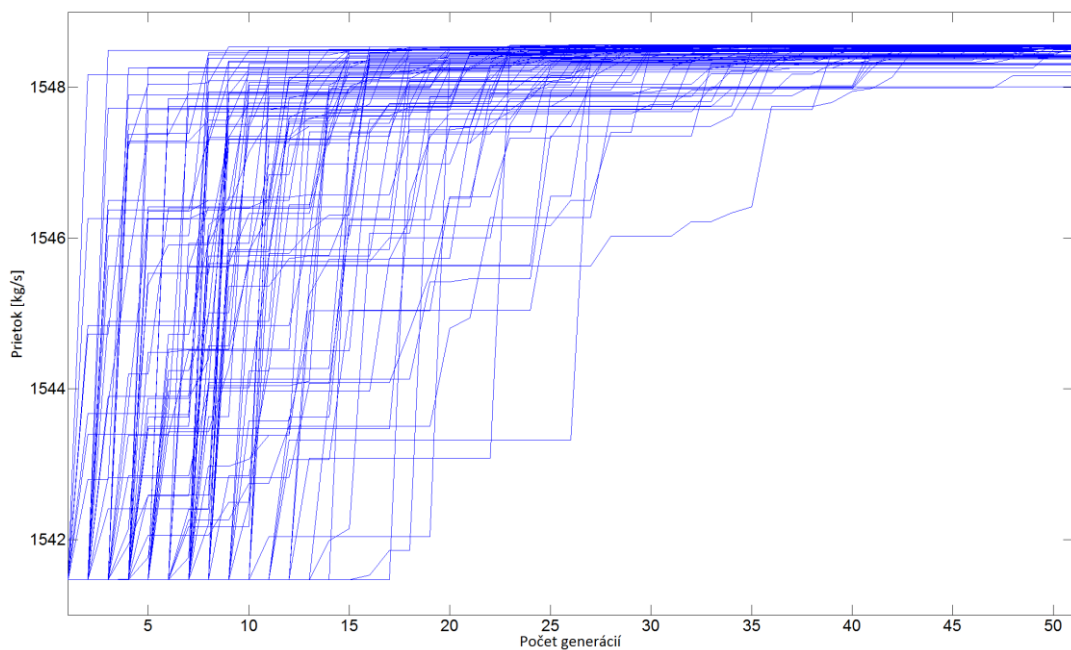
Obrázok B2.5. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 2, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



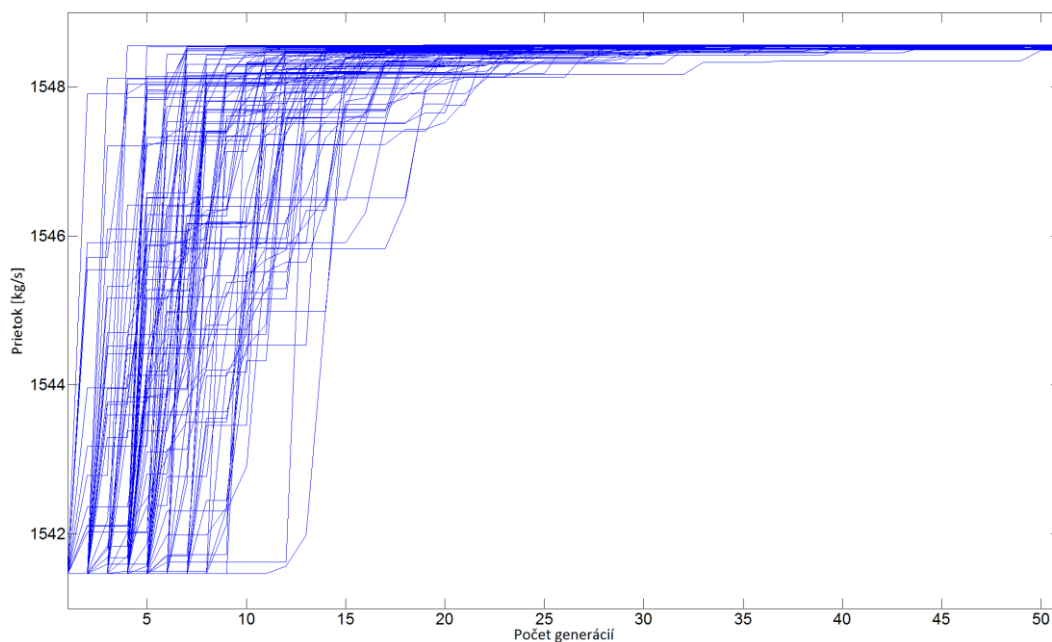
Obrázok B2.6. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



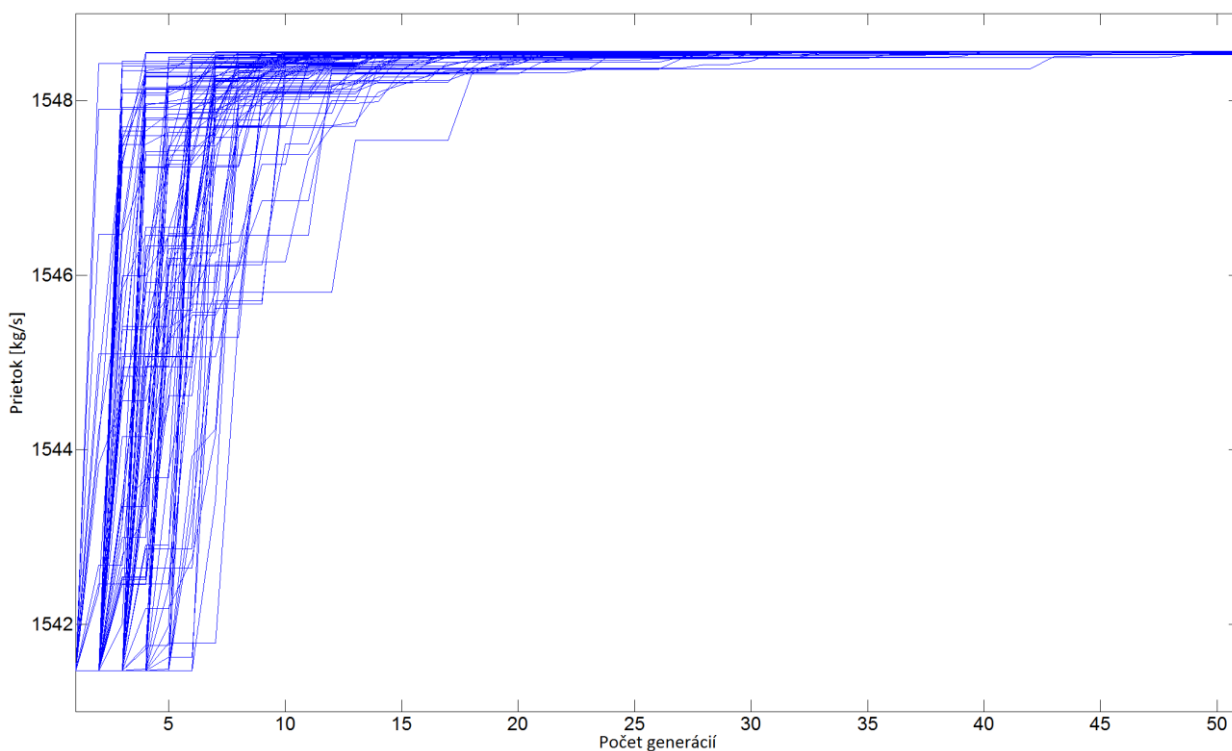
Obrázok B2.7. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 2, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



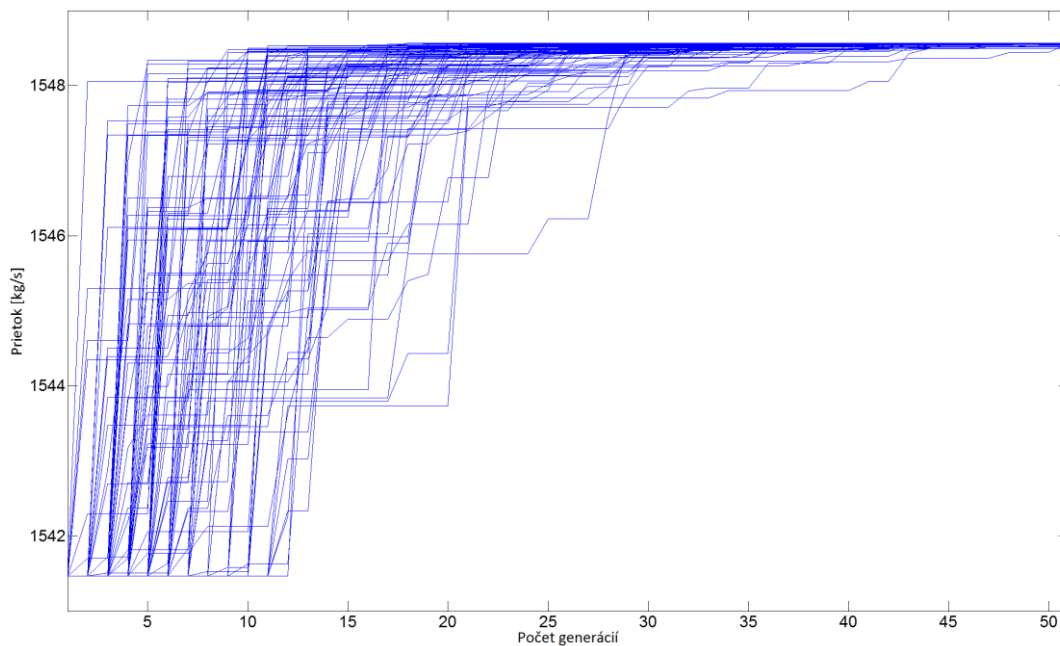
Obrázok B2.8. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 5, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



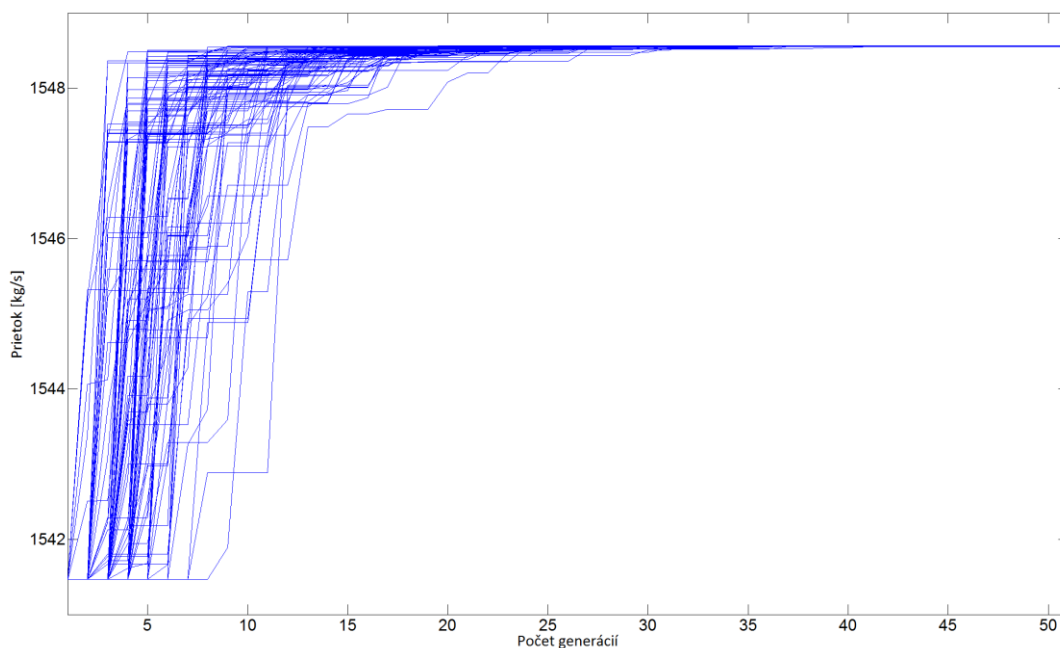
Obrázok B2.9. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



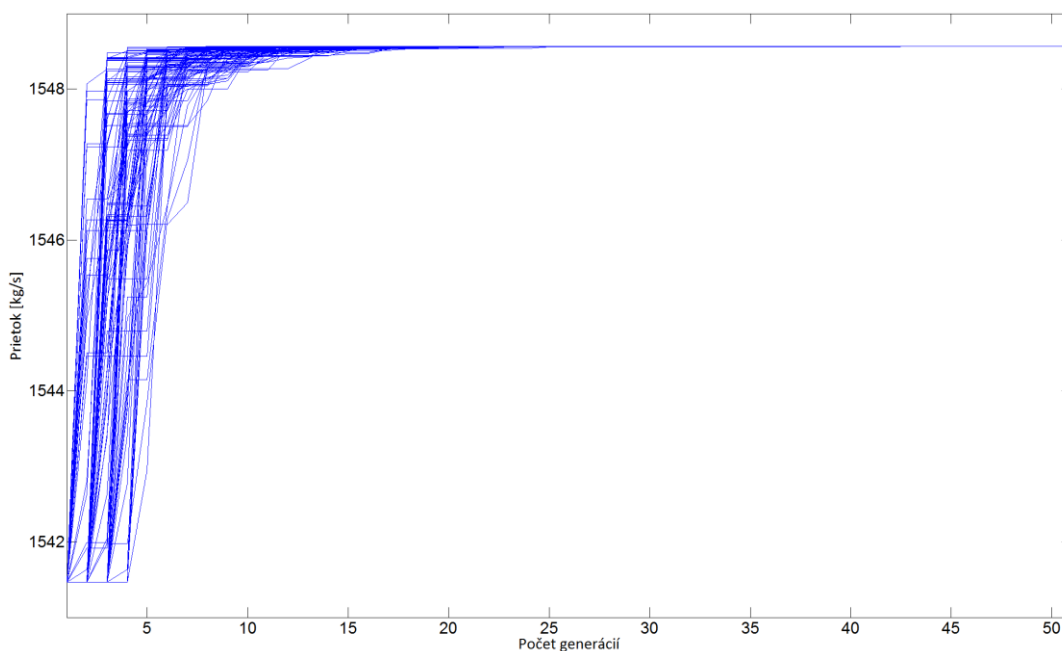
Obrázok B2.10. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B2.11. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B2.12. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B2.13. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 10, počet potomkov – 50, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1541,463027	1,42733	1,30875	7,125	44,3478
Maximum	1548,549417	1,43	1,31697	13,906	94,4444
Stredná hodnota	1546,595542	1,4298788	1,3135576	10,2038	63,380038
Medián	1547,517953	1,43	1,31418	10,1	61,4458
Smerodajná odchýlka	2,115439745	0,000476609	0,001948334	1,123518589	8,503617669
Rozptyl	4,475085313	2,27156E-07	3,79601E-06	1,26229402	72,31151346

Tabuľka B2.1. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 1, počet rodičov – 1, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1542,510238	1,42879	1,30976	10,141	50,7538
Maximum	1548,557291	1,43	1,31632	17,375	83,4711
Stredná hodnota	1547,820936	1,4299599	1,3144744	13,86182	63,211401
Medián	1548,206908	1,43	1,31473	13,8755	62,15445
Smerodajná odchýlka	1,071264614	0,00019608	0,000905887	1,786468422	7,456361048
Rozptyl	1,147607873	3,84475E-08	8,20631E-07	3,191469422	55,59732008

Tabuľka B2.2. Priebek konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 1, počet rodičov – 2, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1544,675524	1,42927	1,31185	15,031	50,3006
Maximum	1548,557291	1,43	1,31588	26,843	81,4935
Stredná hodnota	1548,289425	1,4299911	1,314818	20,95215	63,65047
Medián	1548,486427	1,43	1,314995	20,7735	63,7056
Smerodajná odchýlka	0,614174164	7,45748E-05	0,000506639	2,874788925	7,921665824
Rozptyl	0,377209904	5,5614E-09	2,56683E-07	8,264411361	62,75278943

Tabuľka B2.3. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 1, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1547,706924	1,42956	1,31421	28,469	50,555
Maximum	1548,557291	1,43	1,31562	47,11	78,2813
Stredná hodnota	1548,483041	1,4299955	1,3149766	37,06901	64,624146
Medián	1548,533669	1,43	1,31502	37,1955	64,77055
Smerodajná odchýlka	0,133637503	4,40013E-05	0,000145985	4,809115124	7,679183003
Rozptyl	0,017858982	1,93611E-09	2,13116E-08	23,12758827	58,96985159

Tabuľka B2.4. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 1, počet rodičov – 10, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1543,596818	1,42723	1,31081	8,437	47,6636
Maximum	1548,557291	1,43	1,31767	18,172	89,4737
Stredná hodnota	1547,855738	1,4299699	1,3144856	13,28367	62,828826
Medián	1548,214782	1,43	1,314715	13,305	62,00665
Smerodajná odchýlka	0,887856517	0,000277796	0,000754823	1,895217394	7,932931873
Rozptyl	0,788289196	7,71707E-08	5,69758E-07	3,591848971	62,9314081

Tabuľka B2.5. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 2, počet rodičov – 2, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1545,958948	1,42744	1,3131	14,969	49,1228
Maximum	1548,557291	1,43	1,31722	26,516	79,2453
Stredná hodnota	1548,326668	1,4299649	1,3148886	21,09411	62,417016
Medián	1548,510048	1,43	1,315	21,1095	61,99275
Smerodajná odchýlka	0,473612587	0,000269862	0,000436142	2,775847218	7,686714408
Rozptyl	0,224308883	7,28252E-08	1,9022E-07	7,705327776	59,08557839

Tabuľka B2.6. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 2, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1546,258151	1,42991	1,3134	30,172	48,3622
Maximum	1548,557291	1,43	1,31514	48,953	76,7584
Stredná hodnota	1548,472333	1,4299989	1,3149664	37,32004	64,647518
Medián	1548,533669	1,43	1,31502	36,992	64,6079
Smerodajná odchýlka	0,254859962	9,1998E-06	0,000199203	4,328537327	6,998047844
Rozptyl	0,0649536	8,46364E-11	3,96819E-08	18,73623539	48,97267363

Tabuľka B2.7. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 2, počet rodičov – 10, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1547,998253	1,42968	1,3145	14,313	57,9545
Maximum	1548,557291	1,43	1,31545	22,984	83,3333
Stredná hodnota	1548,505324	1,4299968	1,3149963	18,04583	71,931052
Medián	1548,541543	1,43	1,31503	18,102	72,0339
Smerodajná odchýlka	0,09379338	3,2E-05	0,000102392	2,10038993	6,218350747
Rozptyl	0,008797198	1,024E-09	1,04842E-08	4,41163786	38,66788601

Tabuľka B2.8. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,486427	1,43	1,31497	27,062	57,9793
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	43,453	82,1138
Stredná hodnota	1548,55044	1,43	1,315034	32,77724	73,105652
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	32,11	74,48395
Smerodajná odchýlka	0,014490661	3,79377E-15	1,41421E-05	3,595236099	5,909279023
Rozptyl	0,000209979	1,43927E-29	2E-10	12,92572261	34,91957857

Tabuľka B2.9. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 10, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,517922	1,43	1,315	48,625	58,5664
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	69,984	81,4425
Stredná hodnota	1548,554929	1,43	1,3150381	55,5626	73,359098
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	55,0155	74,1697
Smerodajná odchýlka	0,007631439	3,79377E-15	7,47994E-06	3,91723083	4,275580529
Rozptyl	5,82389E-05	1,43927E-29	5,59495E-11	15,34469737	18,28058886

Tabuľka B2.10. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 5, počet rodičov – 20, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,486427	1,43	1,31497	25,235	63,75
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	39,437	86,8825
Stredná hodnota	1548,551464	1,43	1,3150354	31,74344	76,119368
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	31,945	76,29025
Smerodajná odchýlka	0,011336942	3,79377E-15	1,09563E-05	2,448069144	4,239437069
Rozptyl	0,000128526	1,43927E-29	1,2004E-10	5,993042532	17,97282667

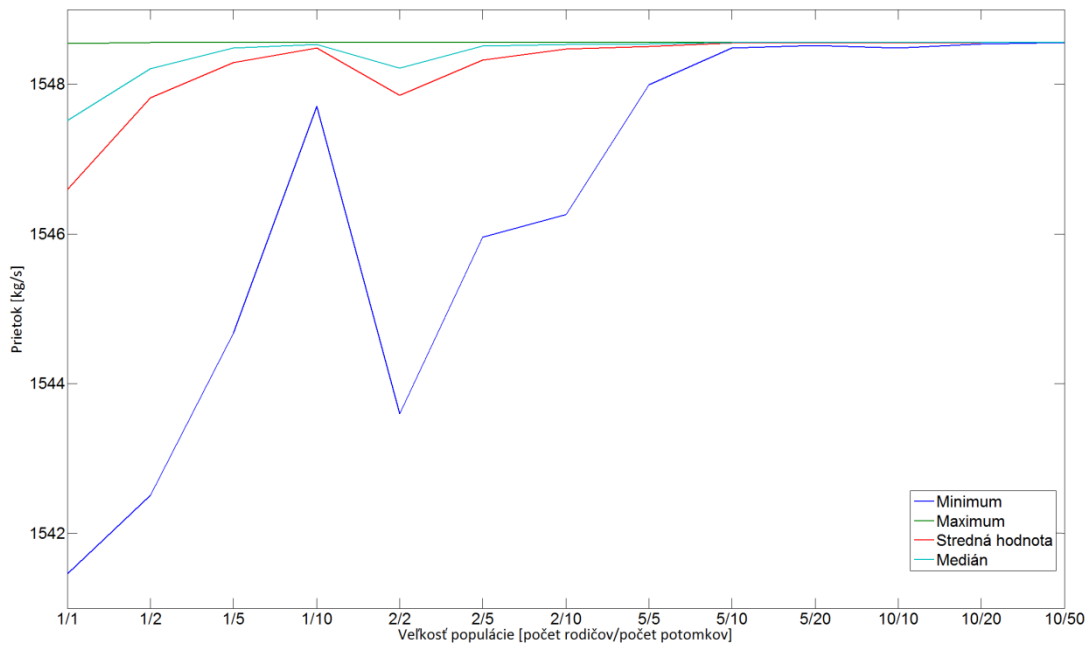
Tabuľka B2.11. Priebeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 10, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,541543	1,43	1,31503	46,485	69,5114
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	57,891	82,5838
Stredná hodnota	1548,557133	1,43	1,3150399	51,37913	77,183441
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	51,274	77,69235
Smerodajná odchýlka	0,001574753	3,79377E-15	1E-06	2,248552772	2,866282708
Rozptyl	2,47985E-06	1,43927E-29	1E-12	5,055989569	8,215576563

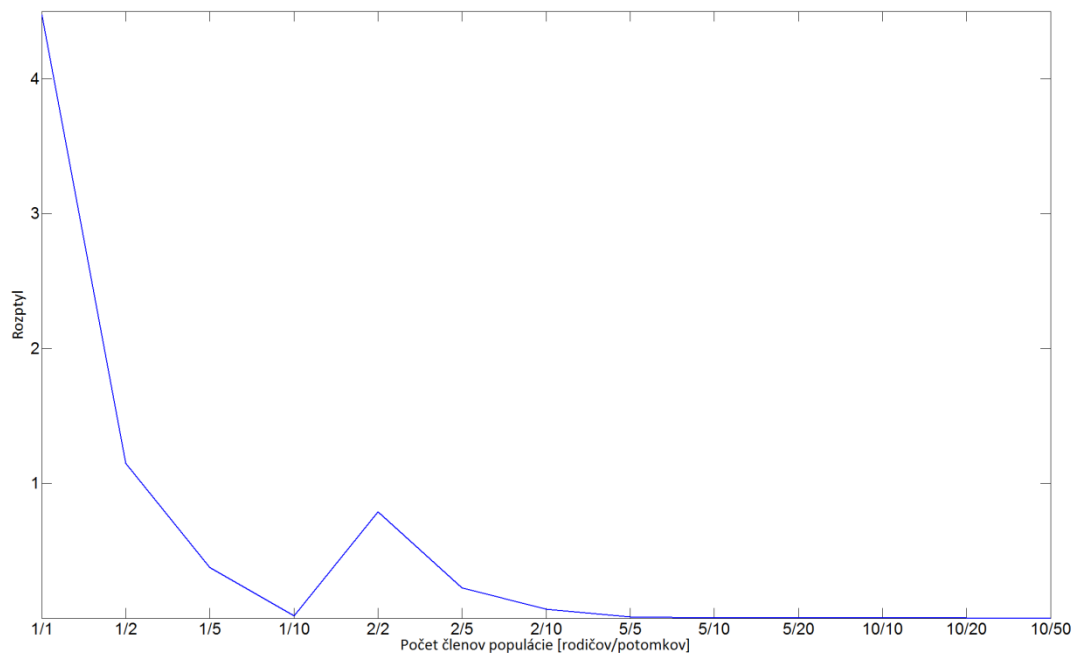
Tabuľka B2.12. Priebeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 10, počet potomkov – 20, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,557291	1,43	1,31504	105,531	70,7042
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	126,078	81,8389
Stredná hodnota	1548,557291	1,43	1,31504	112,15038	77,298739
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	111,758	77,4094
Smerodajná odchýlka	2,97075E-12	3,79377E-15	8,92653E-16	3,333053942	1,900319494
Rozptyl	8,82535E-24	1,43927E-29	7,96829E-31	11,10924858	3,61121418

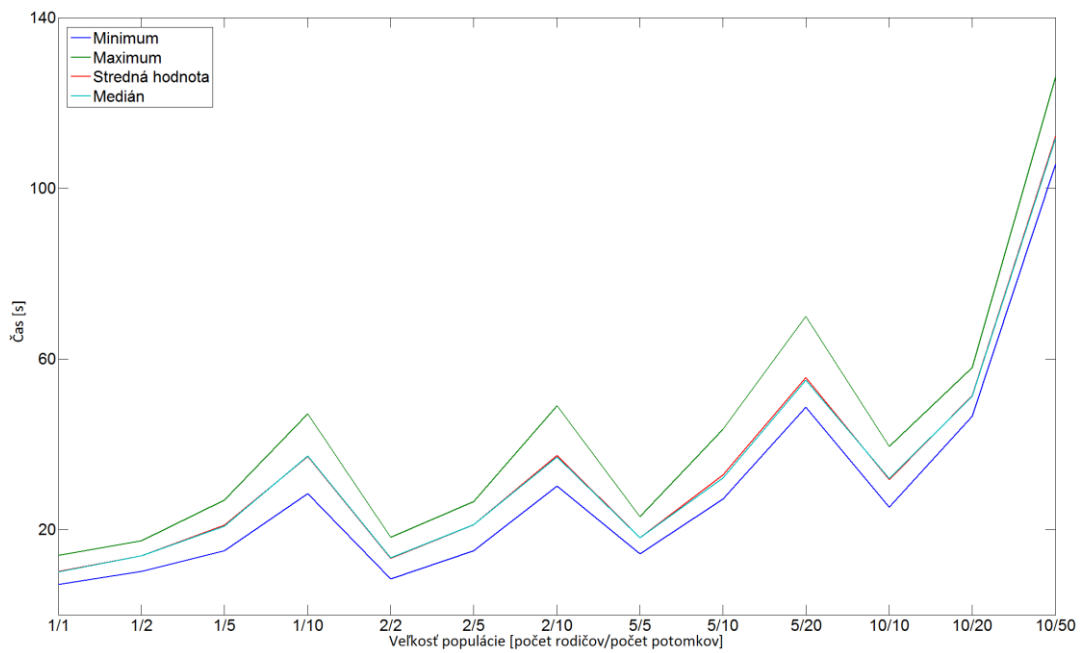
Tabuľka B2.13. Priebeh konvergenzie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 10, počet rodičov – 10, počet potomkov – 50, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1.0, znižovanie sigiem každých 5 generácií.



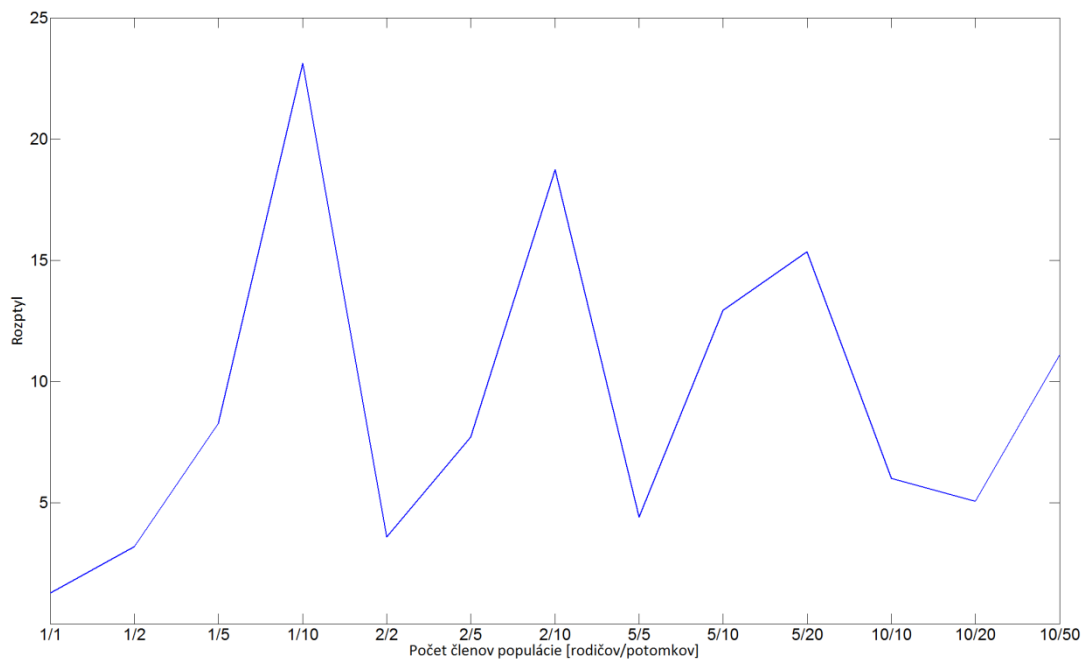
Obrázok B2.14. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od veľkosti populácie.



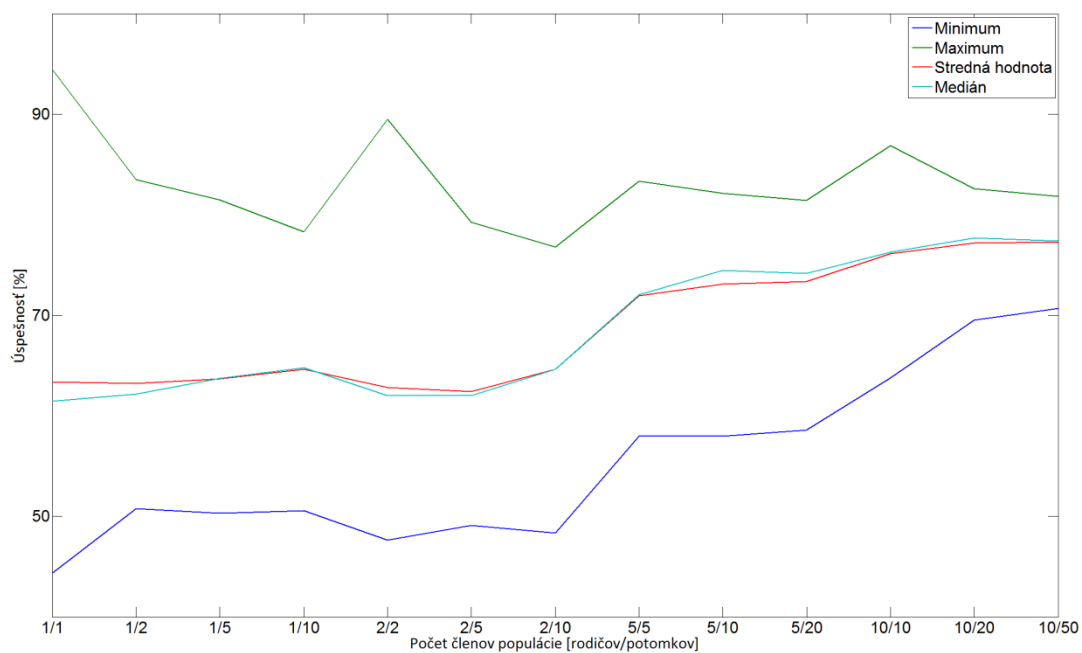
Obrázok B2.15. Rozptyly pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od veľkosti populácie.



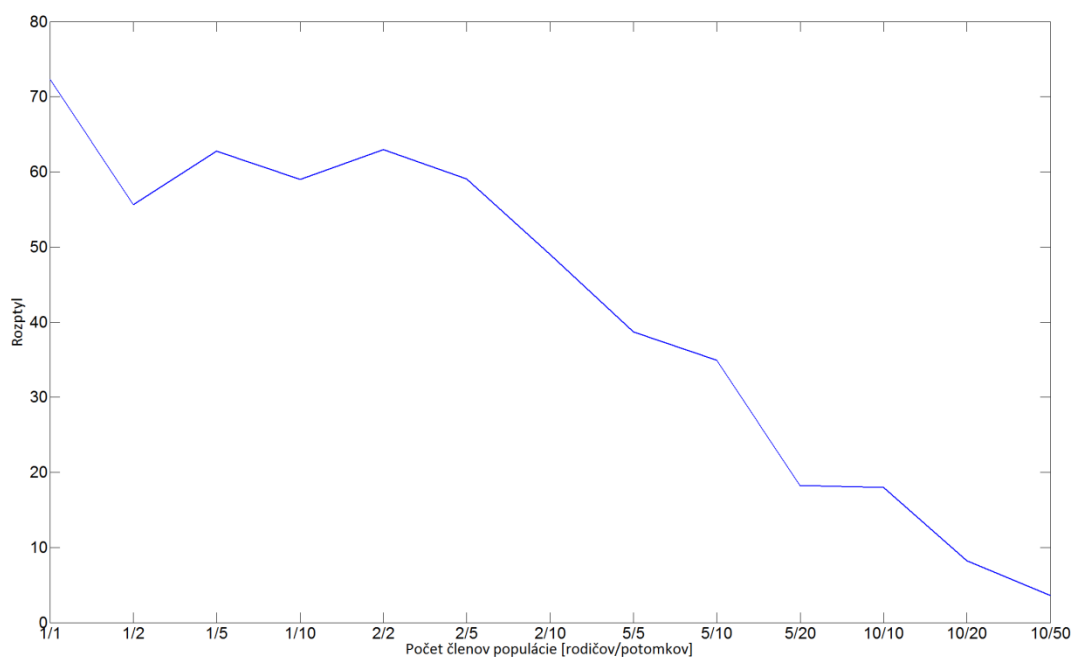
Obrázok B2.16. Štatistické parametre pre hodnoty času výpočtov v závislosti od veľkosti populácie.



Obrázok B2.17. Rozptyly pre hodnoty času výpočtov v závislosti od veľkosti populácie.

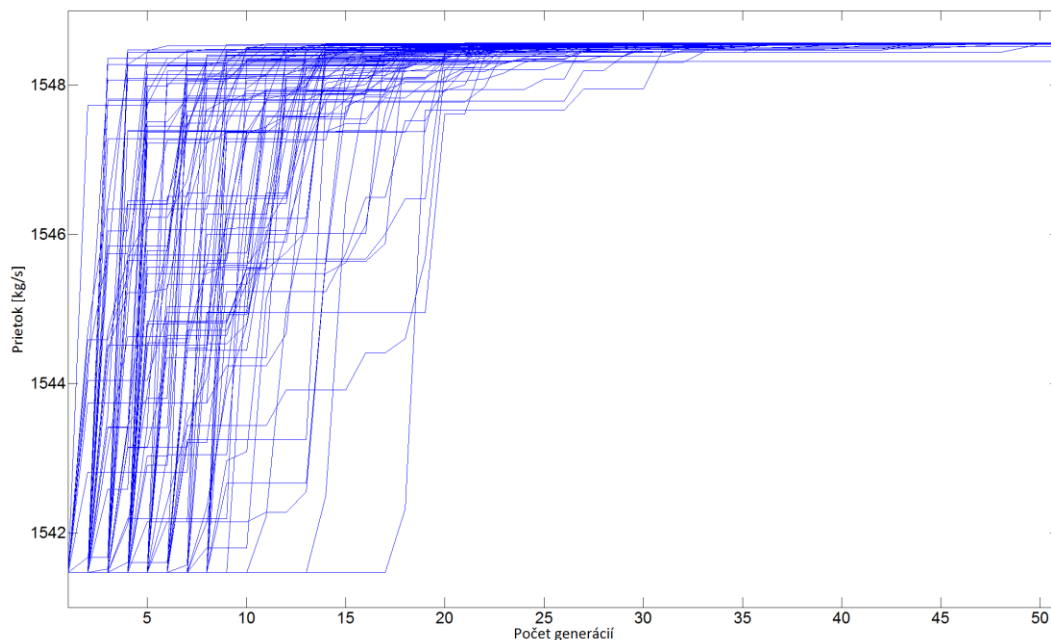


Obrázok B2.18. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od veľkosti populácie.

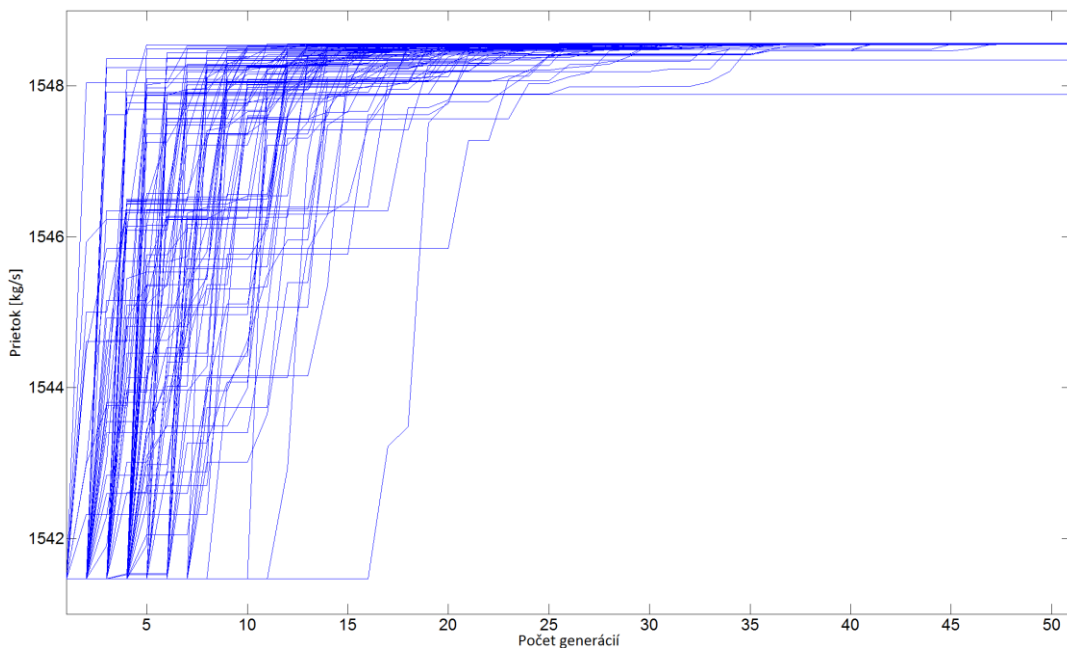


Obrázok B2.19. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od veľkosti populácie..

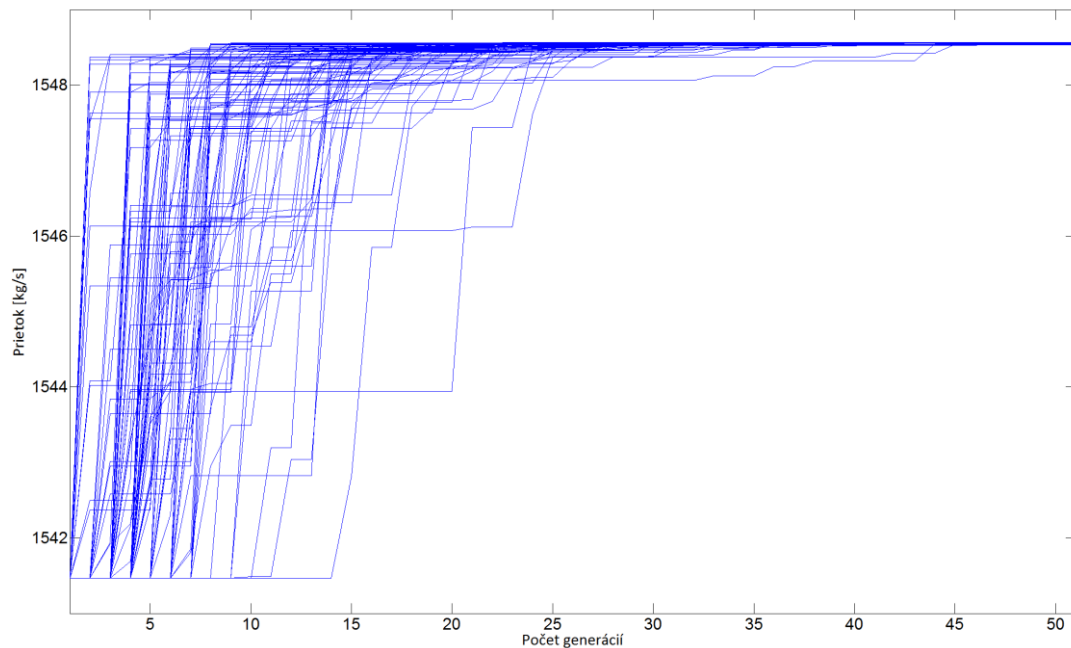
B3. Vek rodičov



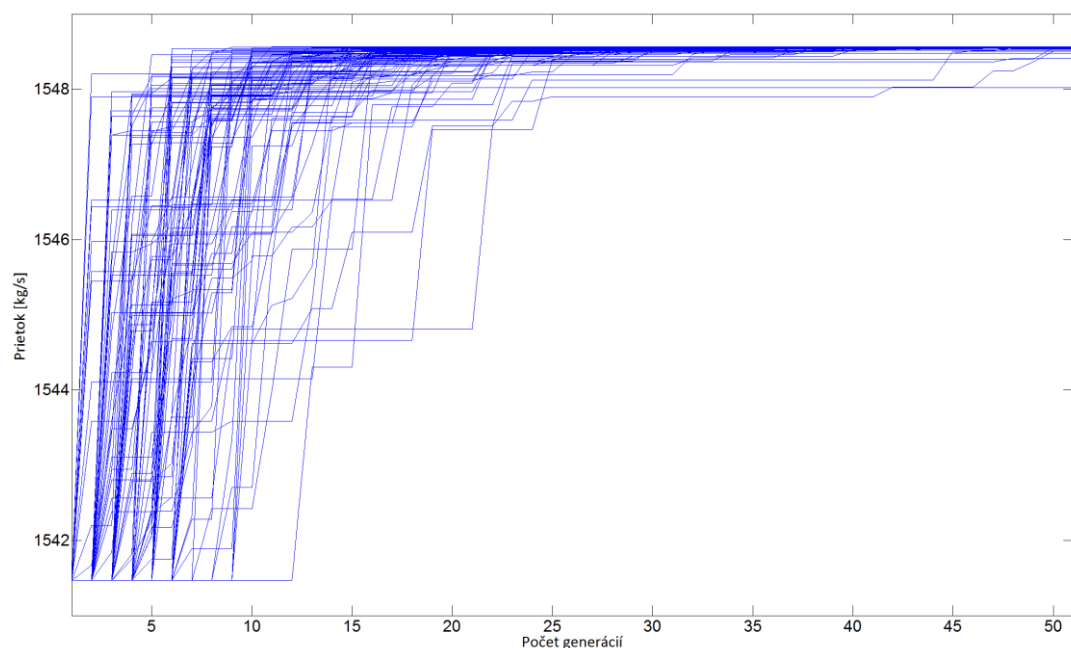
Obrázok B3.1. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 2, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



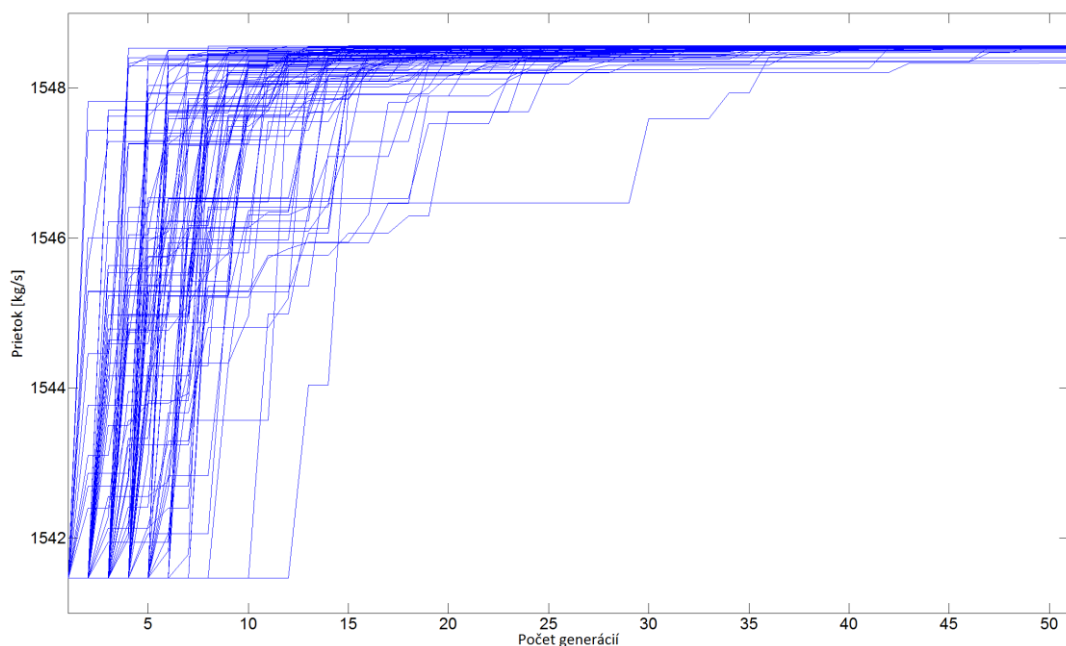
Obrázok B3.2. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



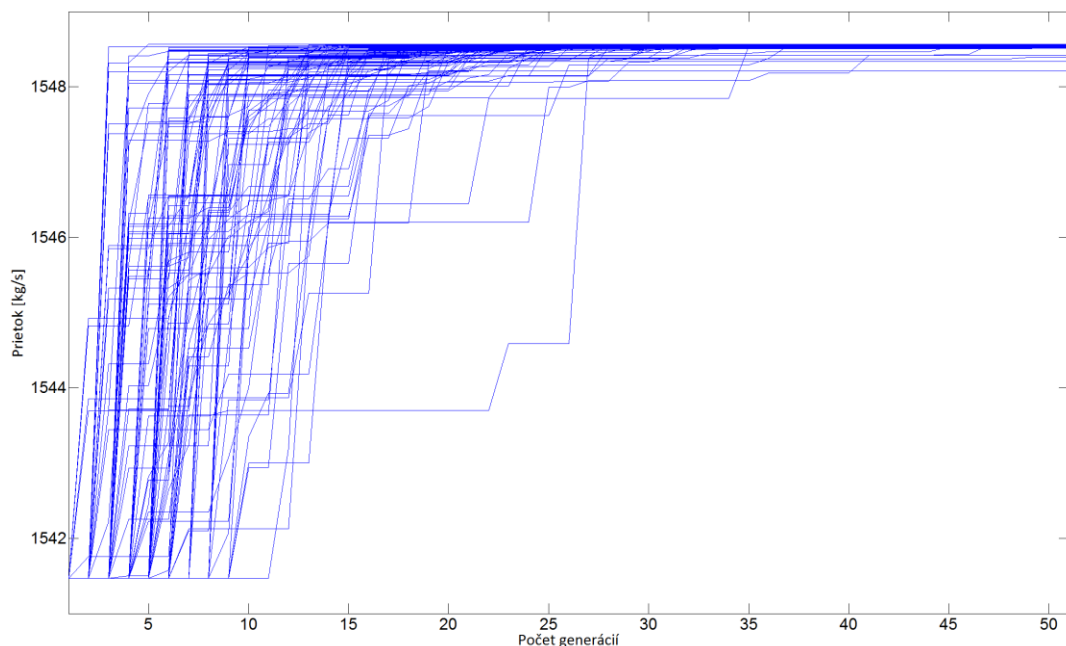
Obrázok B3.3. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B3.4. Priebeh konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 25, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B3.5. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B3.6. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 100, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,313204	1,43	1,3148	22,703	58,3141
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	40,125	92,6606
Stredná hodnota	1548,55359	1,43	1,3150364	27,52566	83,03318
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	27,1565	84,0266
Smerodajná odchýlka	0,024809717	3,79377E-15	2,43924E-05	2,856382445	5,616090023
Rozptyl	0,000615522	1,43927E-29	5,9499E-10	8,158920671	31,54046715

Tabuľka B3.1. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 2, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1547,880147	1,43	1,31438	23,75	56,9977
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	41,985	90,3399
Stredná hodnota	1548,547685	1,43	1,3150307	29,4833	78,811607
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	28,805	79,9051
Smerodajná odchýlka	0,07097057	3,79377E-15	6,93295E-05	3,023430327	5,716703857
Rozptyl	0,005036822	1,43927E-29	4,80658E-09	9,141130939	32,68070299

Tabuľka B3.2. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 5, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,24234	1,43	1,31473	27,813	61,2121
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	40,719	82,7869
Stredná hodnota	1548,553354	1,43	1,3150364	31,37727	75,719432
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	30,875	76,5152
Smerodajná odchýlka	0,031584414	3,79377E-15	3,10919E-05	2,435713775	4,139695172
Rozptyl	0,000997575	1,43927E-29	9,66707E-10	5,932701593	17,13707611

Tabuľka B3.3. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 10, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,014001	1,43	1,31451	27,219	56,4246
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	44,125	83,0592
Stredná hodnota	1548,545008	1,43	1,3150289	32,99077	72,580151
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	32,375	73,3479
Smerodajná odchýlka	0,057155808	3,79377E-15	5,57935E-05	3,475788081	5,810469003
Rozptyl	0,003266786	1,43927E-29	3,11292E-09	12,08110278	33,76155003

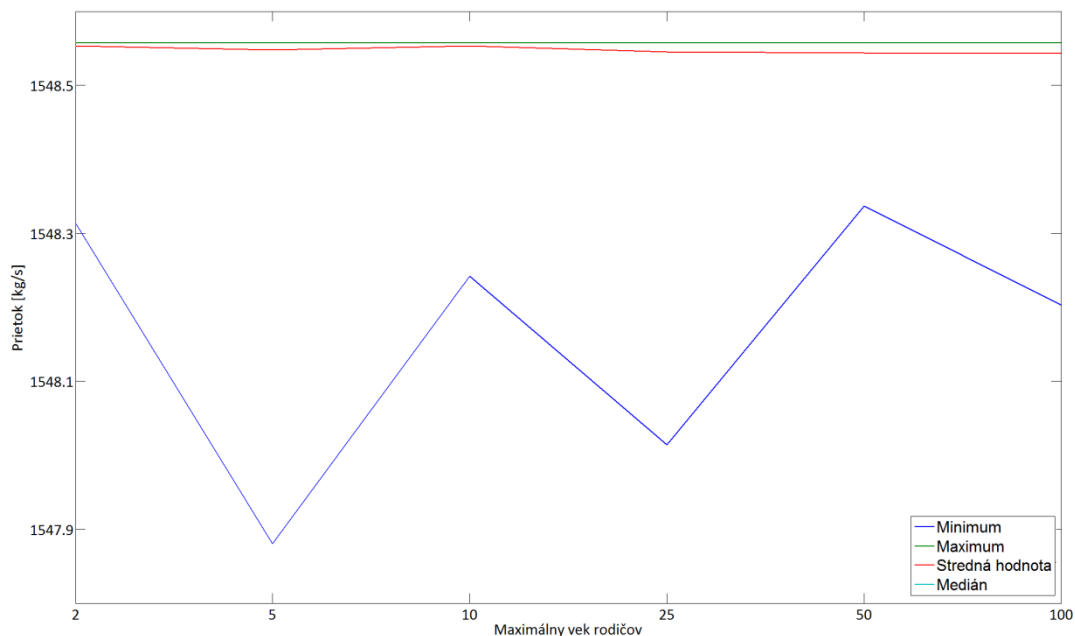
Tabuľka B3.4. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 25, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,336825	1,43	1,31482	27,047	53,6663
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	43,5	83,887
Stredná hodnota	1548,543984	1,43	1,3150278	33,70721	71,643707
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	33,1645	72,4015
Smerodajná odchýlka	0,036362118	3,79377E-15	3,60297E-05	3,464799425	6,047867847
Rozptyl	0,001322204	1,43927E-29	1,29814E-09	12,00483506	36,57670549

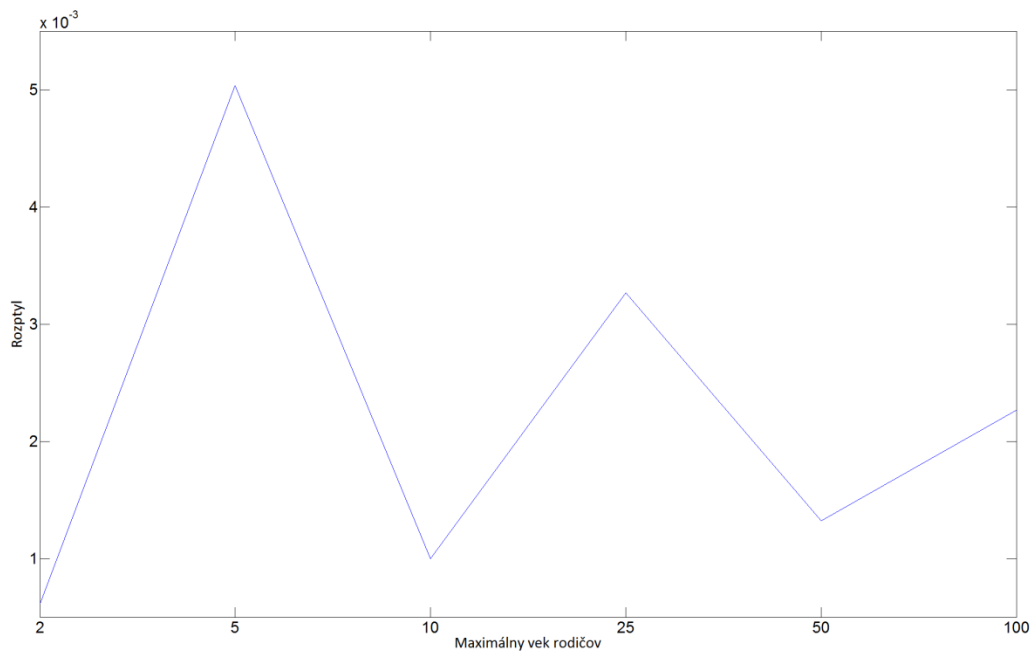
Tabuľka B3.5. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,202971	1,43	1,3147	25,969	58,9265
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	43,125	88,4413
Stredná hodnota	1548,543512	1,43	1,3150275	32,75735	72,944241
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	32,375	73,8304
Smerodajná odchýlka	0,047617239	3,79377E-15	4,57347E-05	3,432468677	6,125170533
Rozptyl	0,002267401	1,43927E-29	2,09167E-09	11,78184122	37,51771406

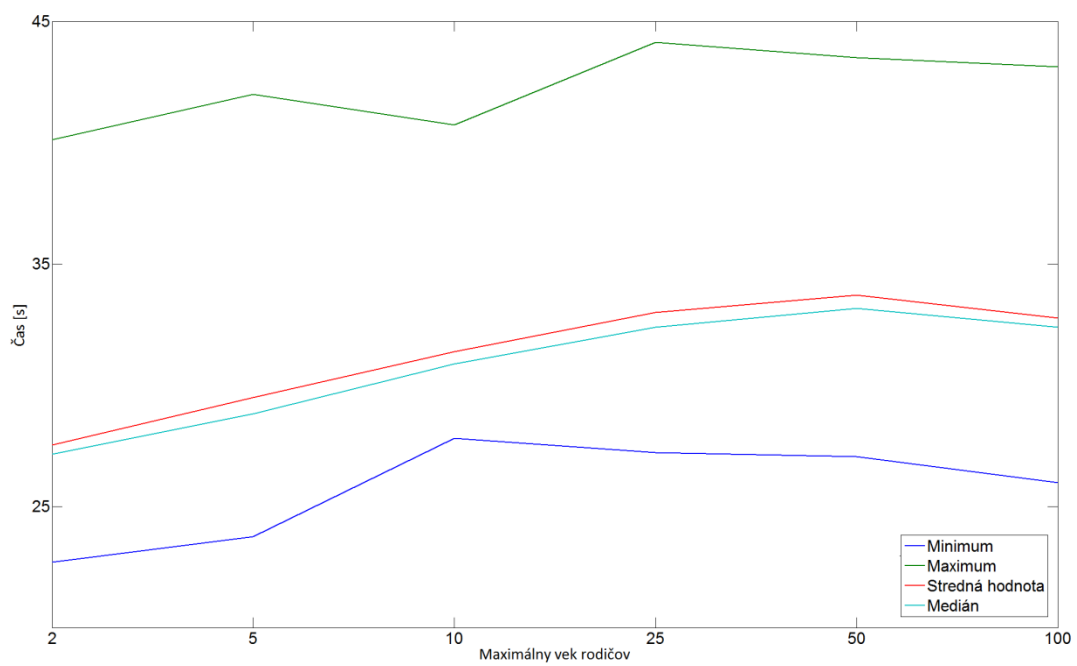
Tabuľka B3.6. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 100, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



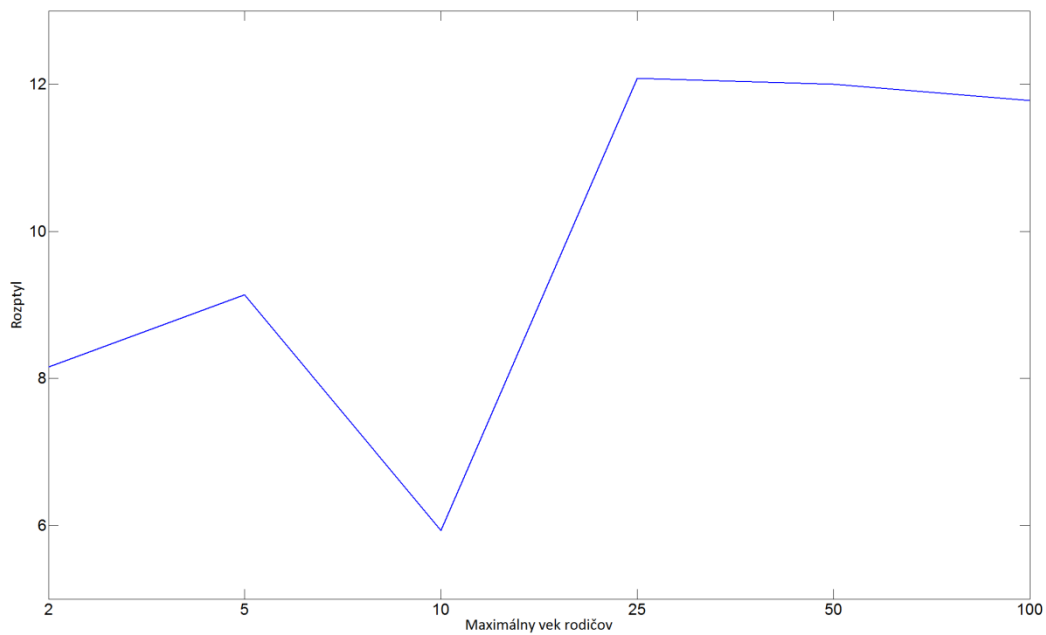
Obrázok B3.7. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od maximálneho veku rodičov.



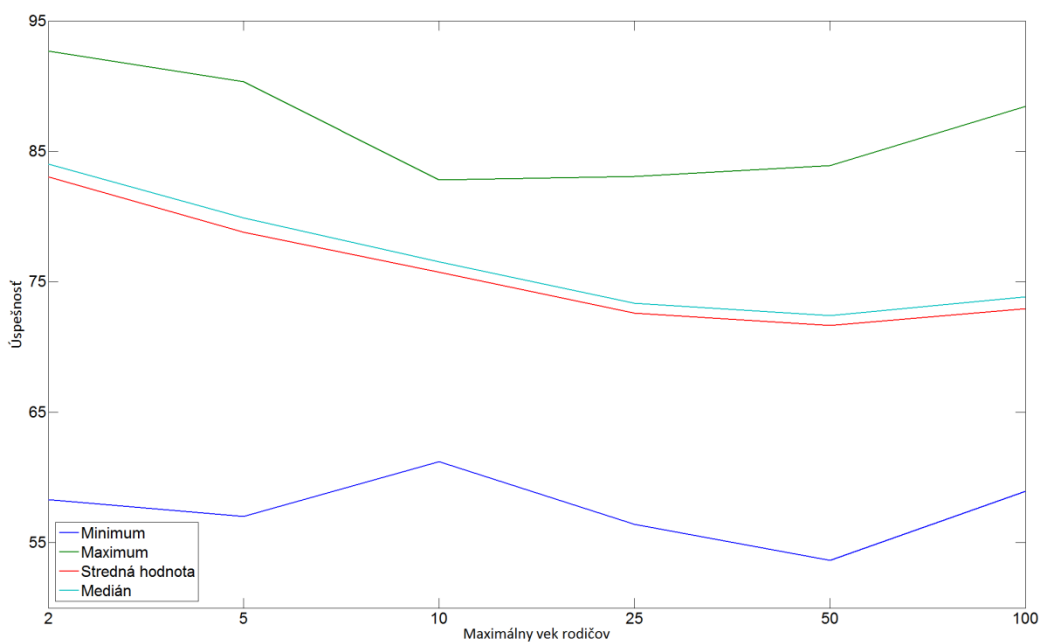
Obrázok B3.8. Rozptyly pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od maximálneho veku rodičov.



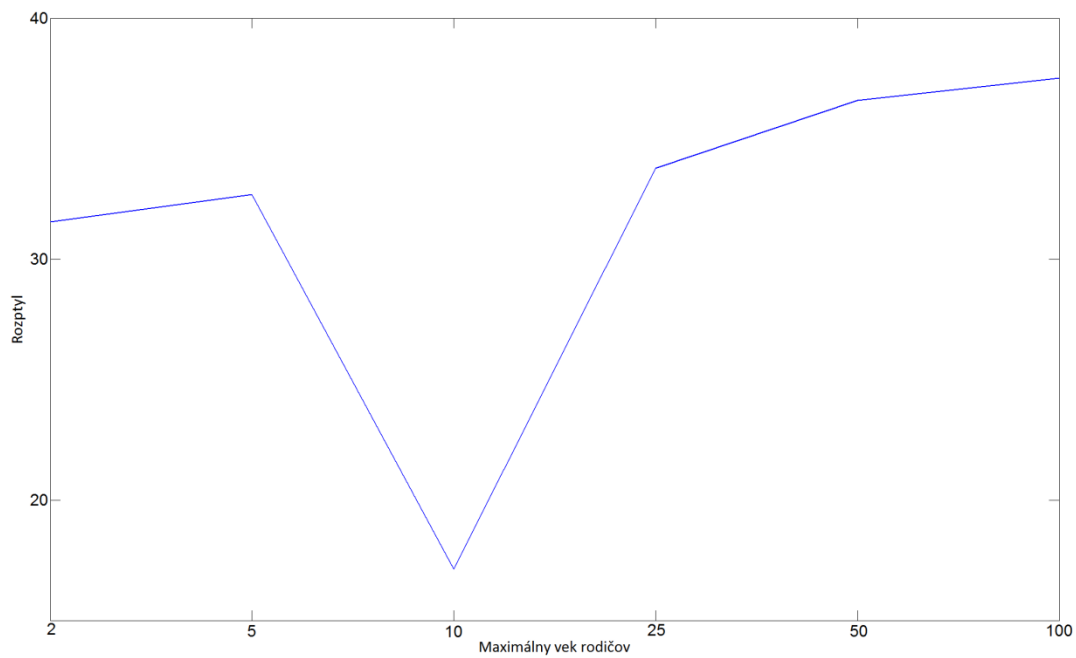
Obrázok B3.9. Štatistické parametre pre časy výpočtov závislosti od maximálneho veku rodičov.



Obrázok B3.10. Rozptyly pre časy výpočtov závislosti od maximálneho veku rodičov.

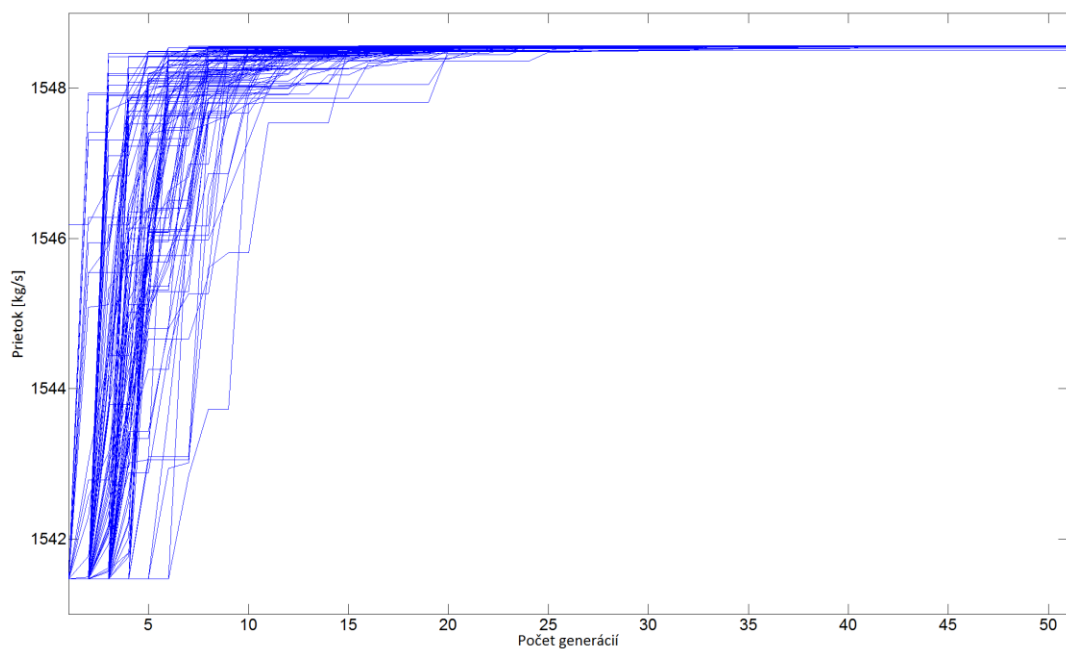


Obrázok B3.11. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od maximálneho veku rodičov.

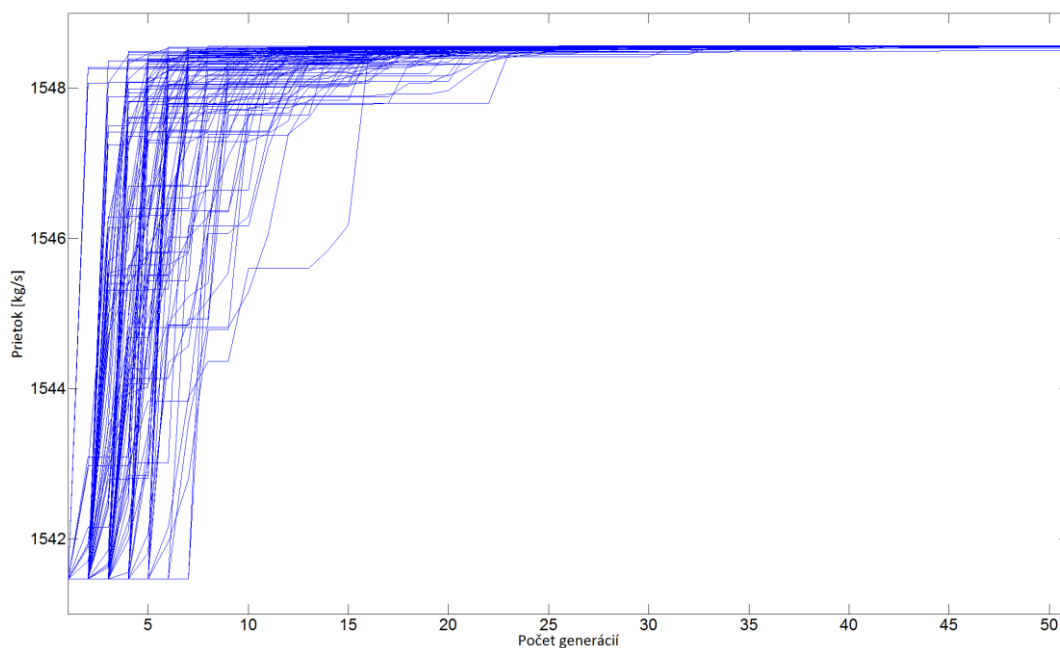


Obrázok B3.12. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od maximálneho veku rodičov.

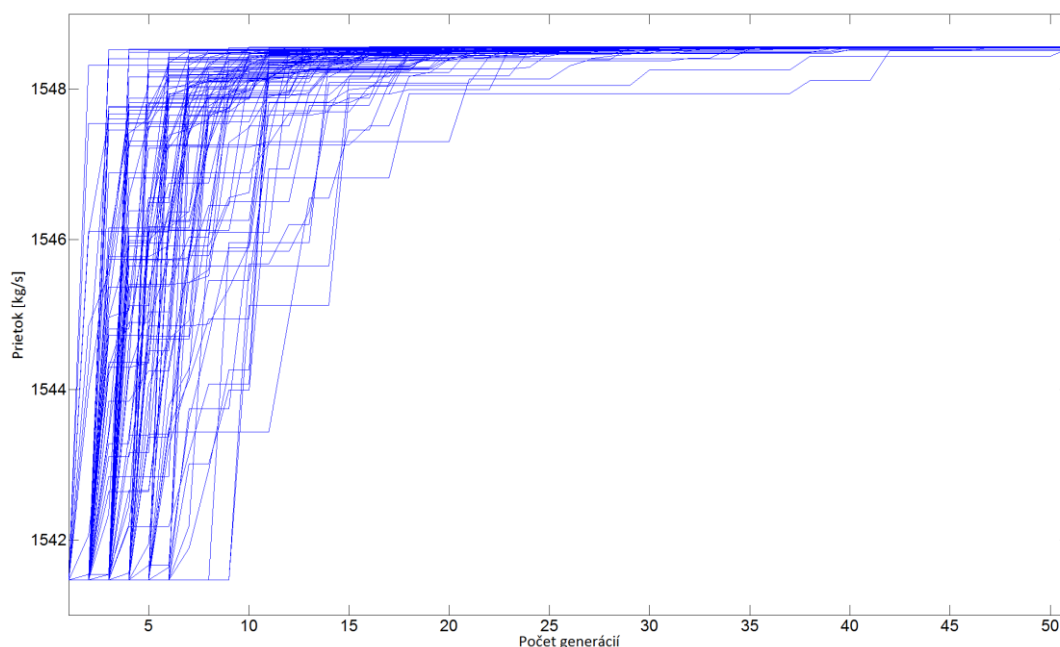
B4. Počiatočná hodnota parametra sigma



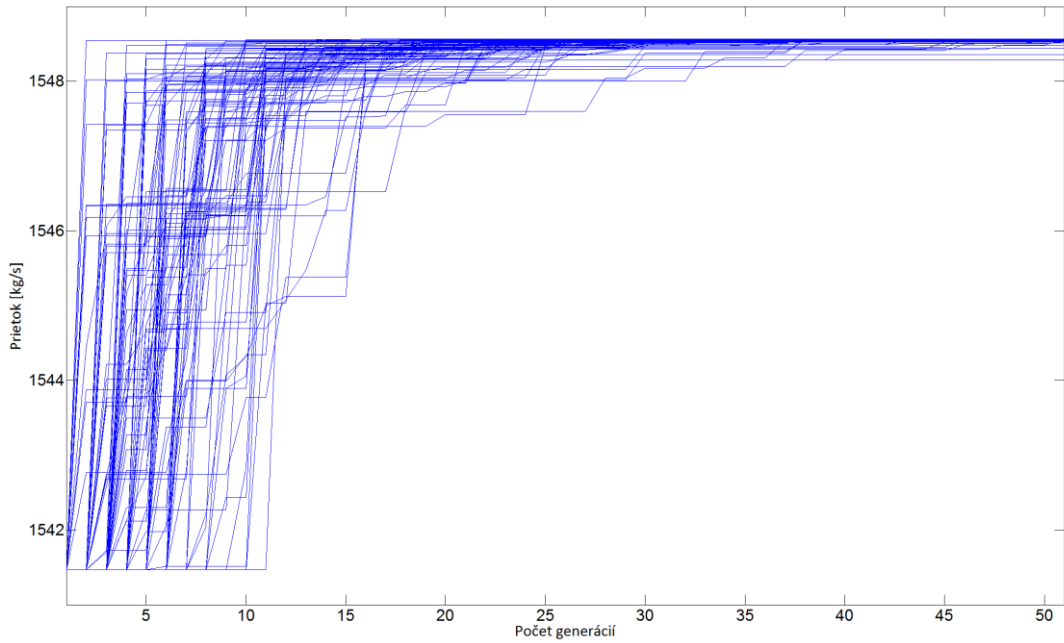
Obrázok B4.1. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.005, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



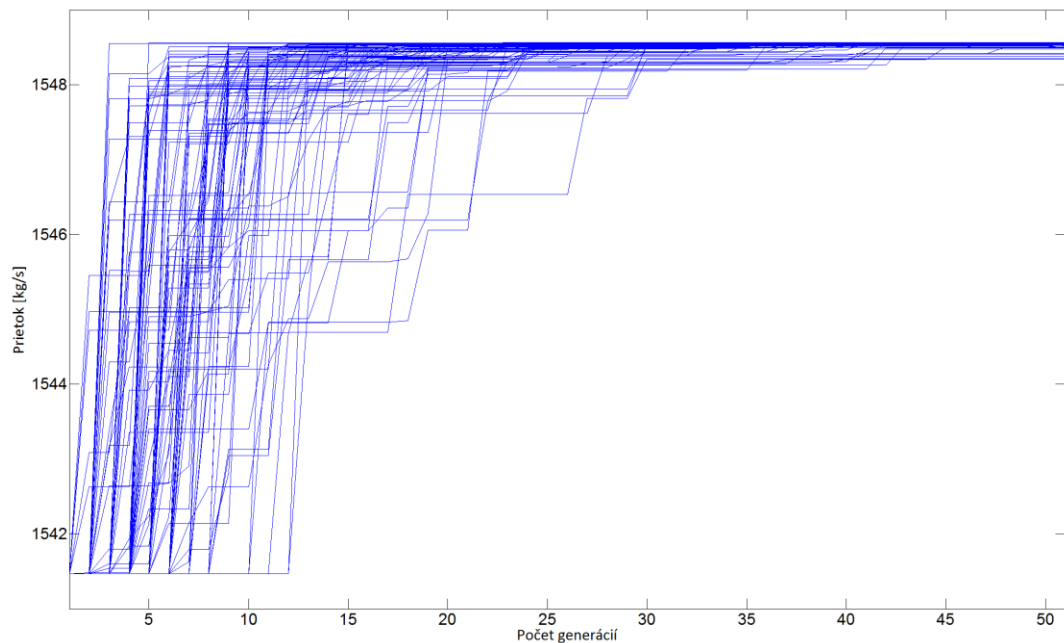
Obrázok B4.2. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s ríadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.01, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



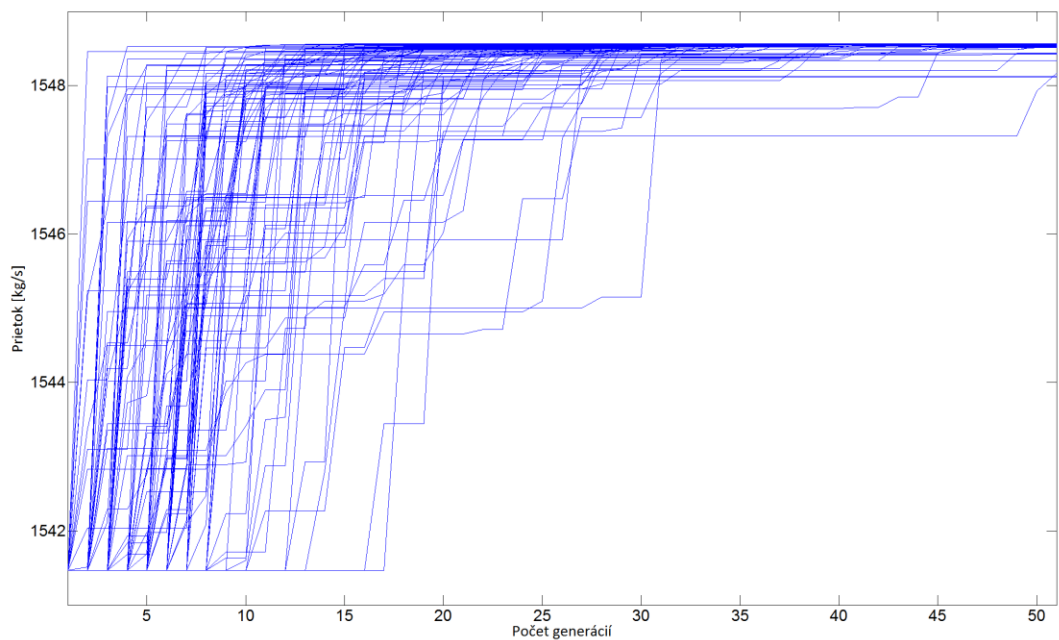
Obrázok B4.3. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s ríadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.025, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



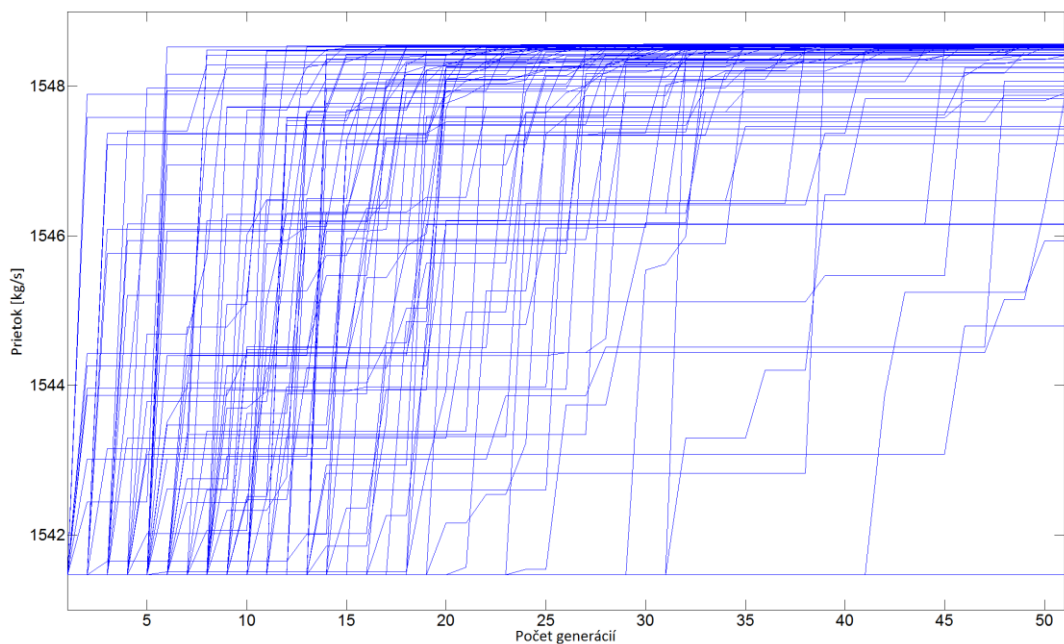
Obrázok B4.4. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B4.5. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.075, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B4.6. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.1, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.



Obrázok B4.7. Priebek konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.5, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 1, zmenšovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,494301	1,42988	1,31501	27,297	58,1797
Maximum	1548,557291	1,43	1,31518	44,593	83,7479
Stredná hodnota	1548,555716	1,4299988	1,3150408	31,54472	75,244451
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	31,031	76,0542
Smerodajná odchýlka	0,007338616	1,2E-05	1,44725E-05	3,214426964	5,325948755
Rozptyl	5,38553E-05	1,44E-10	2,09455E-10	10,33254071	28,36573014

Tabuľka B4.1. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.005, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,494301	1,43	1,31498	26,531	60,7702
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	40,954	84,7315
Stredná hodnota	1548,555401	1,43	1,3150386	31,73311	74,920587
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	31,211	75,48595
Smerodajná odchýlka	0,007763235	3,79377E-15	6,96601E-06	3,187826982	5,433232499
Rozptyl	6,02678E-05	1,43927E-29	4,85253E-11	10,16224087	29,52001539

Tabuľka B4.2. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.01, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,502174	1,43	1,31499	25,797	54,4768
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	43,531	86,0307
Stredná hodnota	1548,555401	1,43	1,3150385	31,53984	75,26959
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	31,242	75,4858
Smerodajná odchýlka	0,007348849	3,79377E-15	6,25631E-06	2,874951463	5,130282308
Rozptyl	5,40056E-05	1,43927E-29	3,91414E-11	8,265345914	26,31979656

Tabuľka B4.3. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.025, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,281709	1,43	1,31477	26,203	57,7143
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	42,469	84,8739
Stredná hodnota	1548,54485	1,43	1,3150284	32,9358	72,514782
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	32,0545	73,7765
Smerodajná odchýlka	0,038020402	3,79377E-15	3,69198E-05	3,474776505	5,942316598
Rozptyl	0,001445551	1,43927E-29	1,36307E-09	12,07407176	35,31112655

Tabuľka B4.4. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,336825	1,43	1,31482	27,36	55,6167
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	43,671	82,2476
Stredná hodnota	1548,541307	1,43	1,3150247	33,65505	71,175804
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	32,8835	71,784
Smerodajná odchýlka	0,042030016	3,79377E-15	4,16928E-05	3,790848276	6,570769819
Rozptyl	0,001766522	1,43927E-29	1,73829E-09	14,37053065	43,17501601

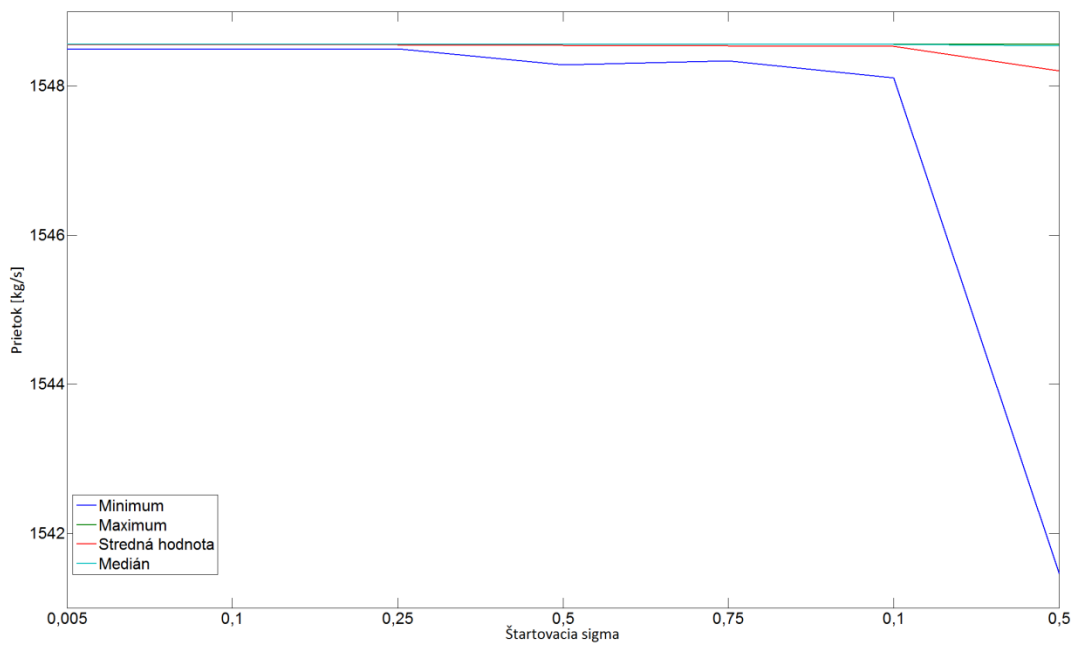
Tabuľka B4.5. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.075, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,108486	1,43	1,3146	27,328	53,102
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	43,485	84,3072
Stredná hodnota	1548,533827	1,43	1,3150179	32,91903	72,342107
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	32,062	73,2946
Smerodajná odchýlka	0,07830685	3,79377E-15	7,71892E-05	3,623968165	6,471362449
Rozptyl	0,006131963	1,43927E-29	5,95817E-09	13,13314526	41,87853195

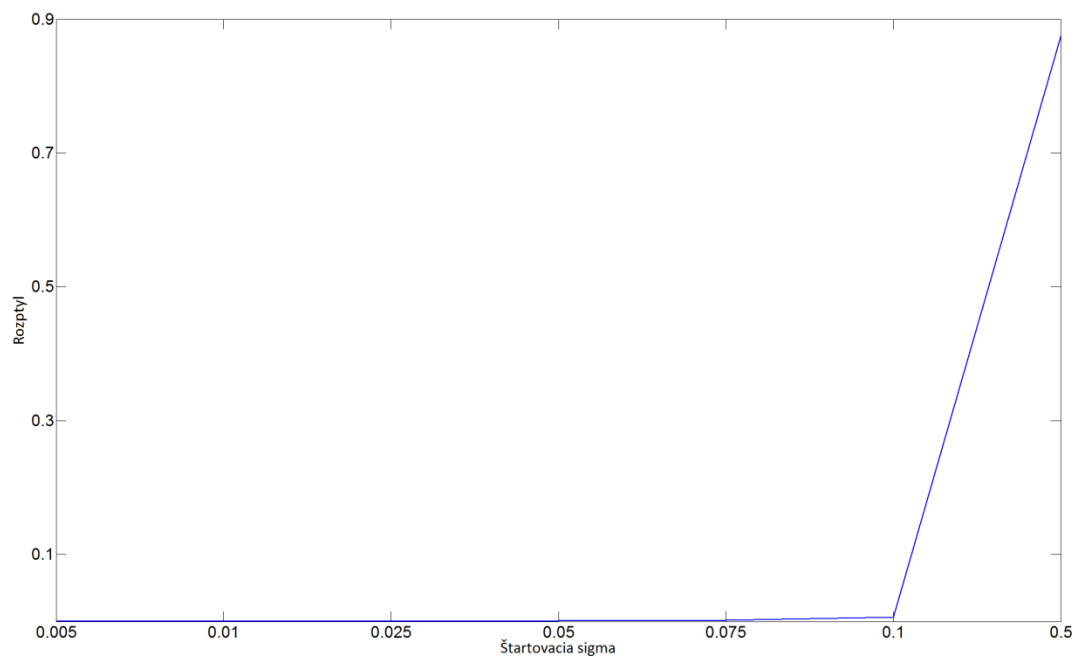
Tabuľka B4.6. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.1, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1541,463027	1,43	1,30875	28,329	49,9012
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	55,766	79,0297
Stredná hodnota	1548,200058	1,43	1,3147284	37,96664	63,375805
Medián	1548,541543	1,43	1,315025	36,9375	64,3316
Smerodajná odchýlka	0,935834757	3,79377E-15	0,000796959	5,423288682	7,978205759
Rozptyl	0,875786693	1,43927E-29	6,35143E-07	29,41206013	63,65176713

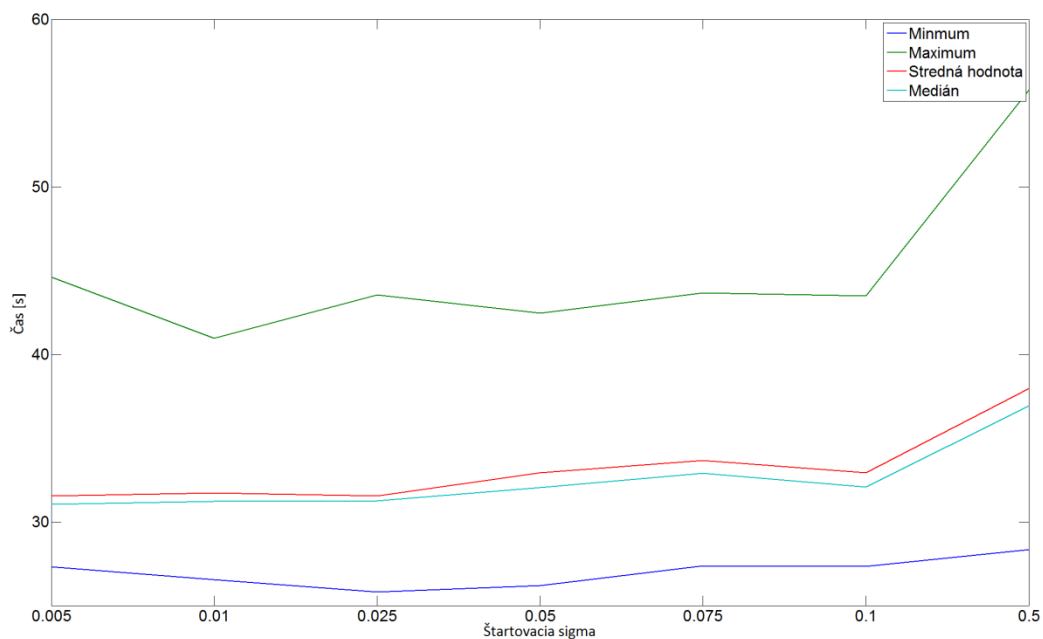
Tabuľka B4.7. Štatistické vlastnosti 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 50, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 50, štartovacia sigma – 0.5, koeficient pre znižovanie sigiem – 1, znižovanie sigiem každých – 50 generácií.



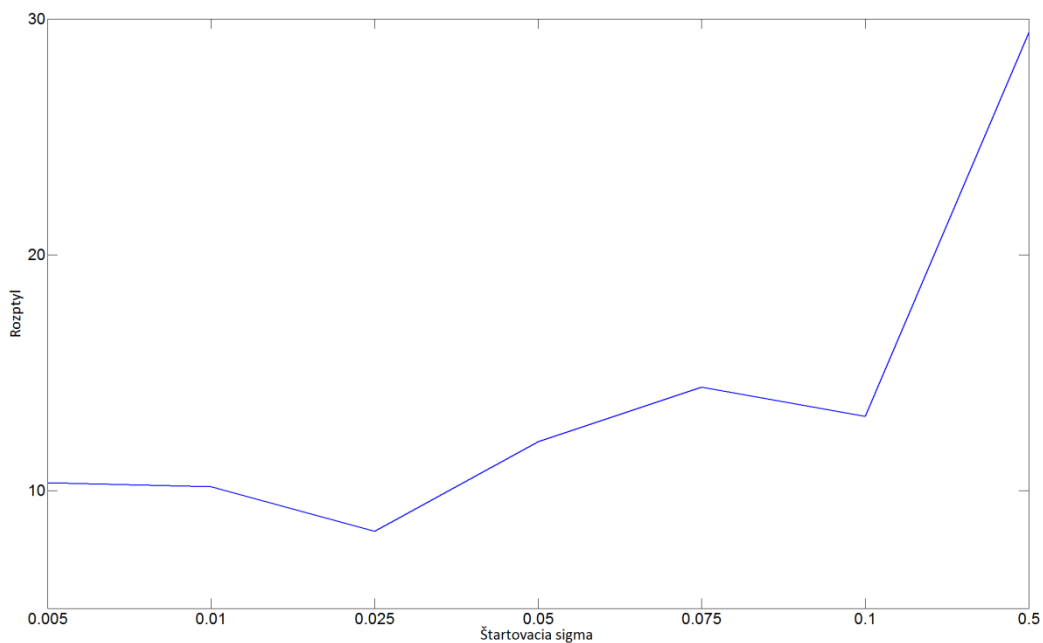
Obrázok B4.8. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od počiatocnej hodnoty parametra sigma.



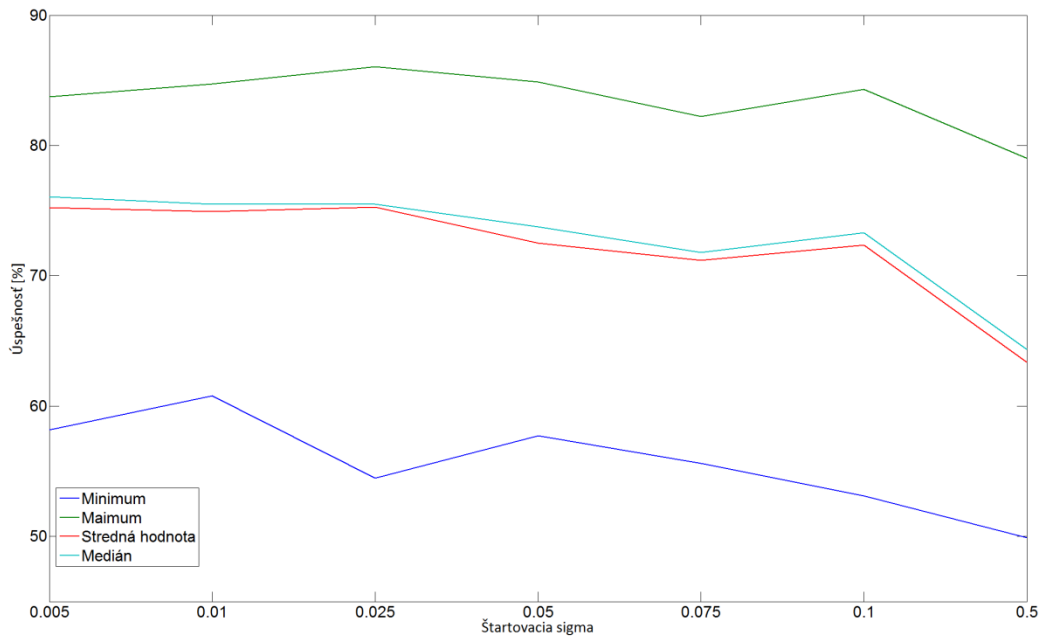
Obrázok B4.9. Rozptyly pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od počiatocnej hodnoty parametra sigma.



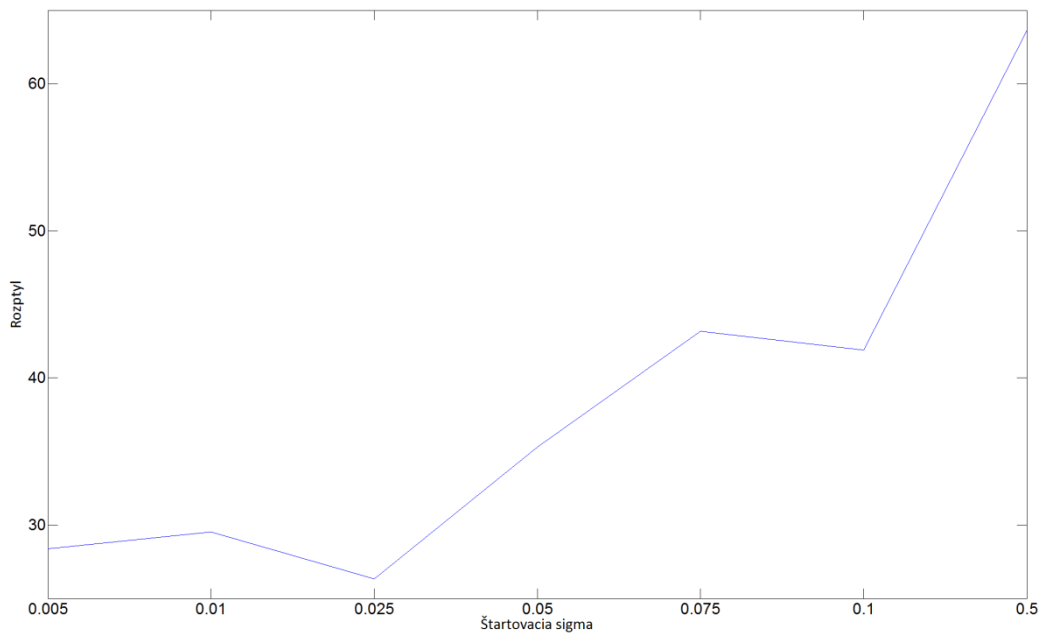
Obrázok B4.10. Štatistické parametre pre časy výpočtov v závislosti od počiatocnej hodnoty parametra sigma.



Obrázok B4.11. Rozptyly pre časy výpočtov v závislosti od počiatocnej hodnoty parametra sigma.

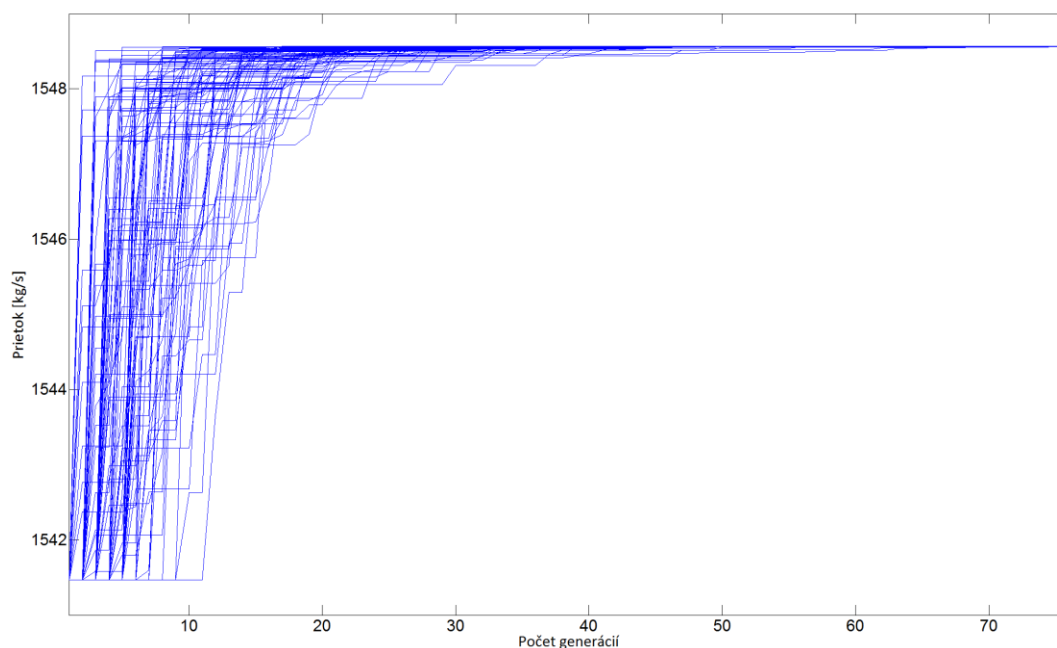


Obrázok B4.12. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.

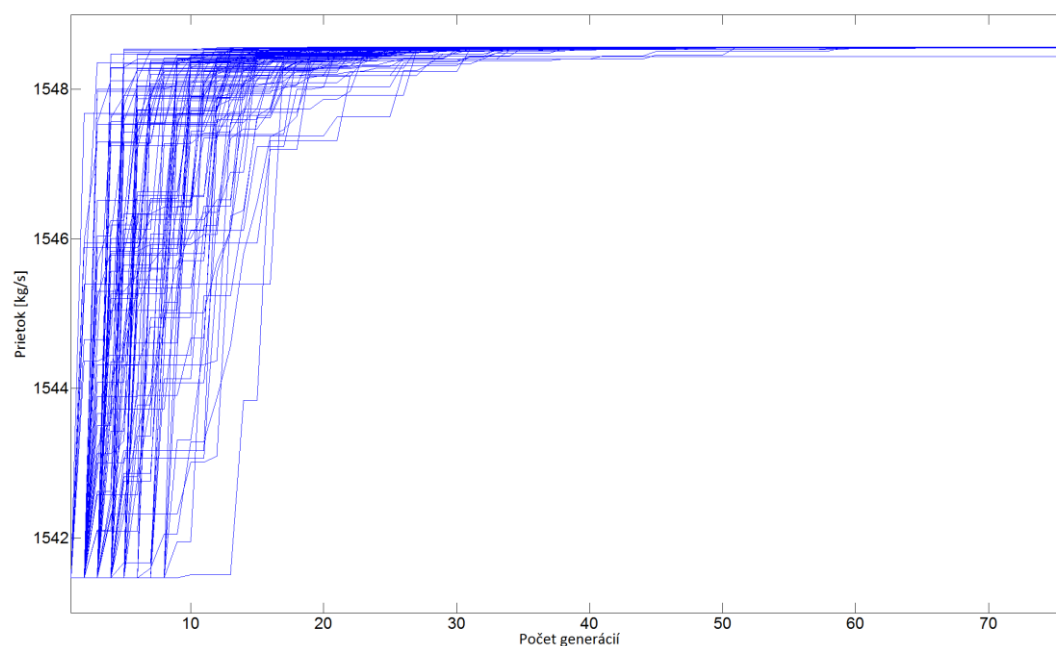


Obrázok AB.13. Rozptyly pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od počiatkovej hodnoty parametra sigma.

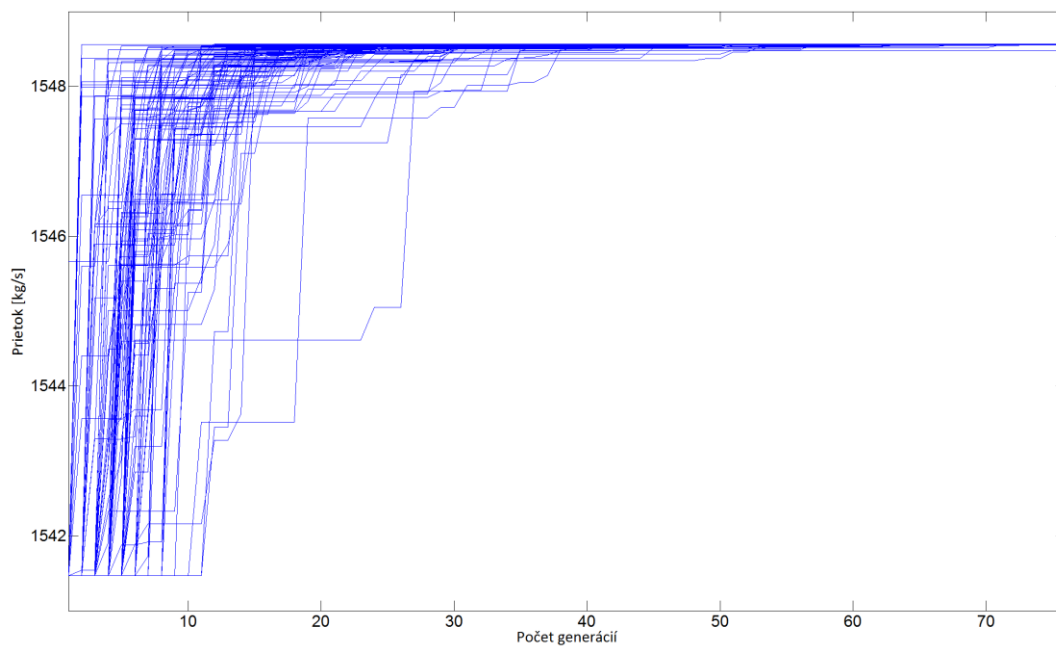
B5. Vynútené zmenšovanie parametra sigma



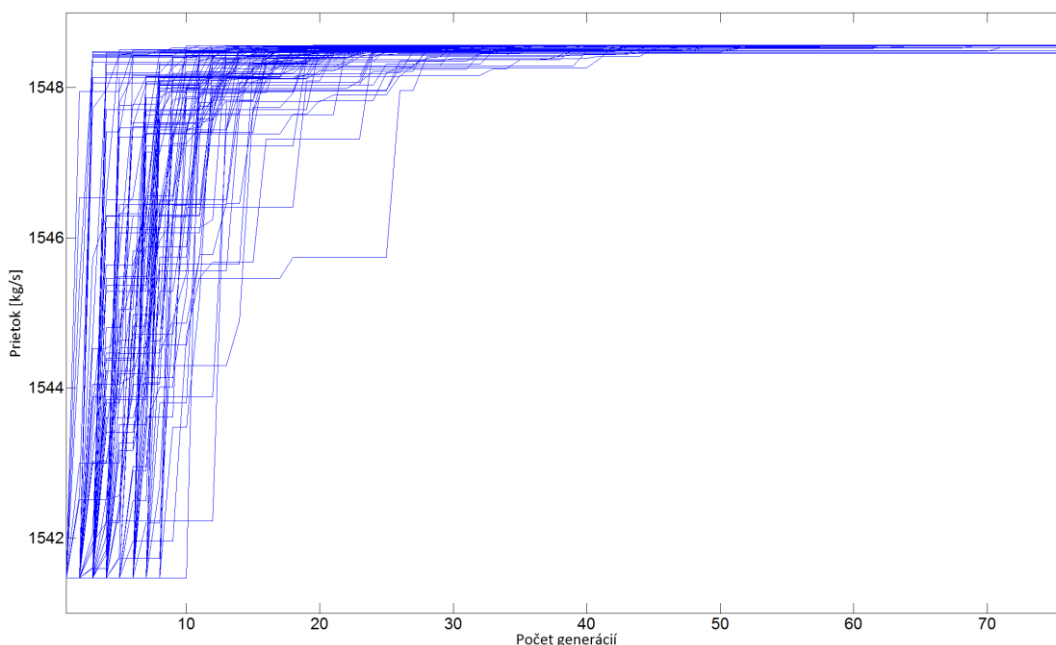
Obrázok B5.1. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0,8, zmenšovanie sigiem každých –5 generácií.



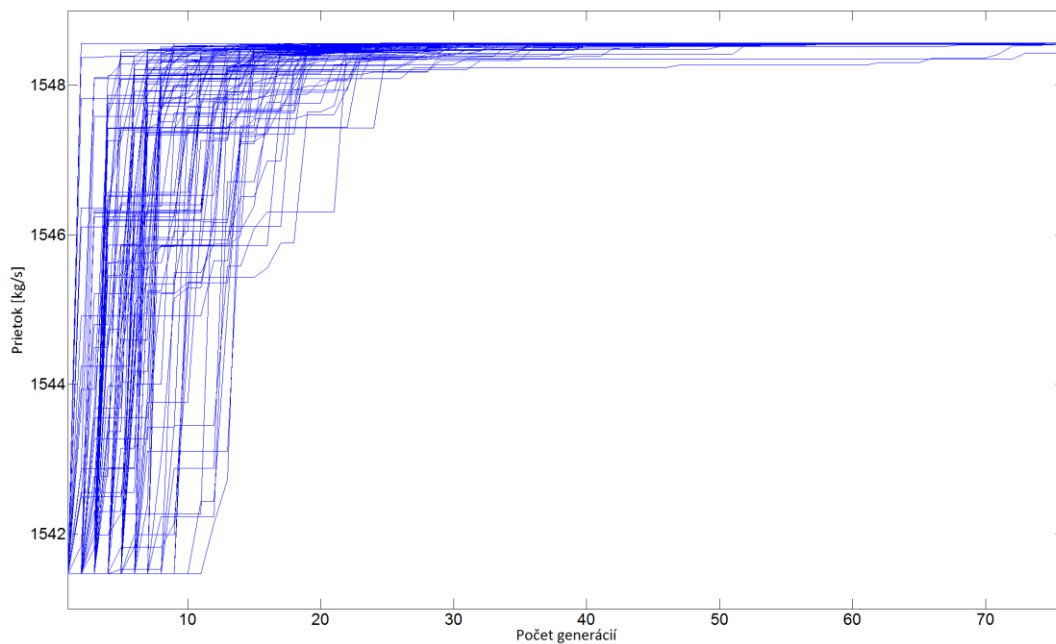
Obrázok B5.2. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0,8, zmenšovanie sigiem každých – 10 generácií.



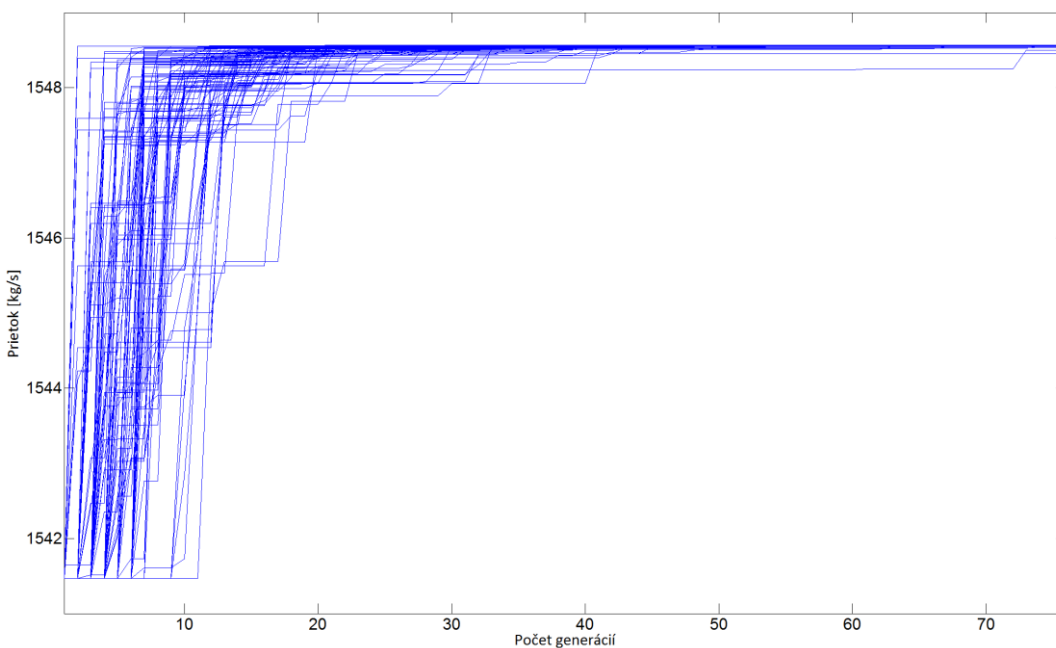
Obrázok B5.3. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmeňovanie sigiem – 0.8, zmeňovanie sigiem každých – 25 generácií.



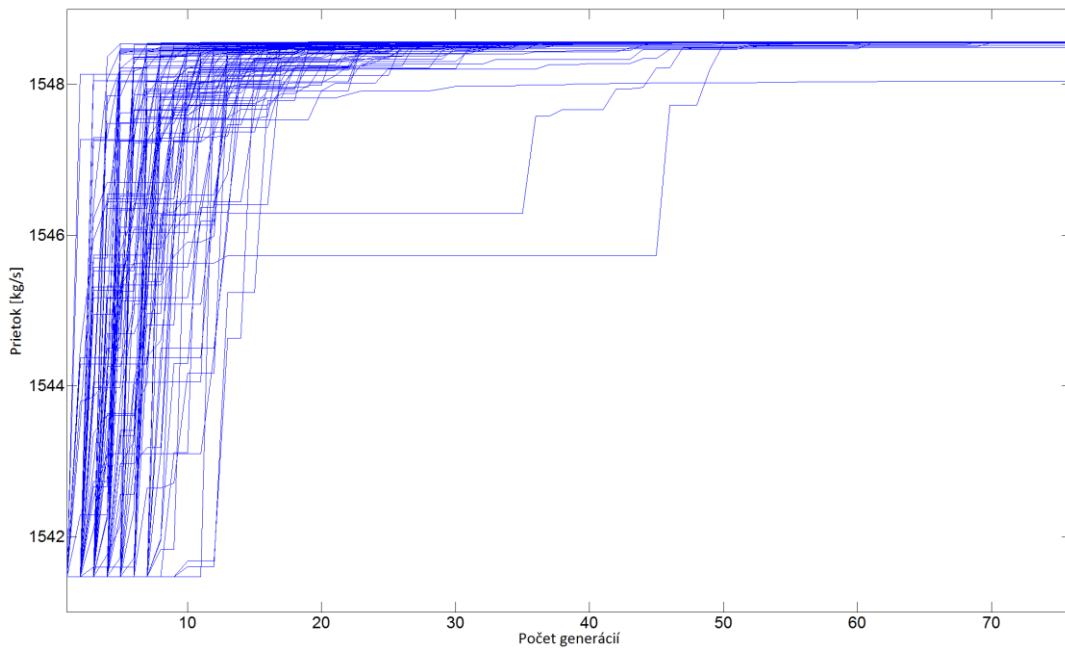
Obrázok B5.4. Priebek konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmeňovanie sigiem – 0.95, zmeňovanie sigiem každých – 5 generácií.



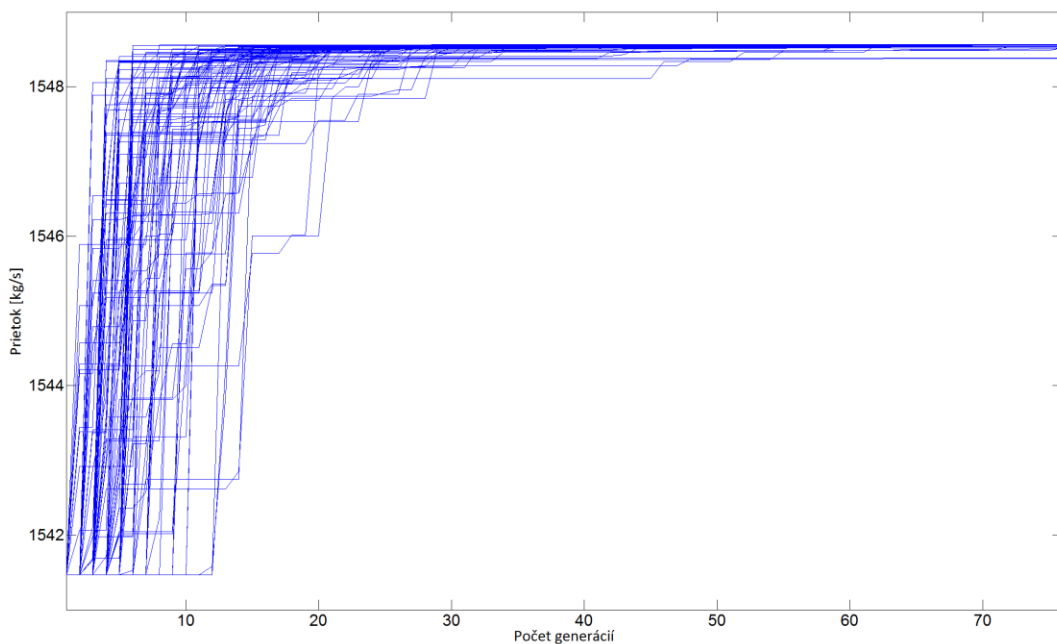
Obrázok B5.5. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých – 10 generácií.



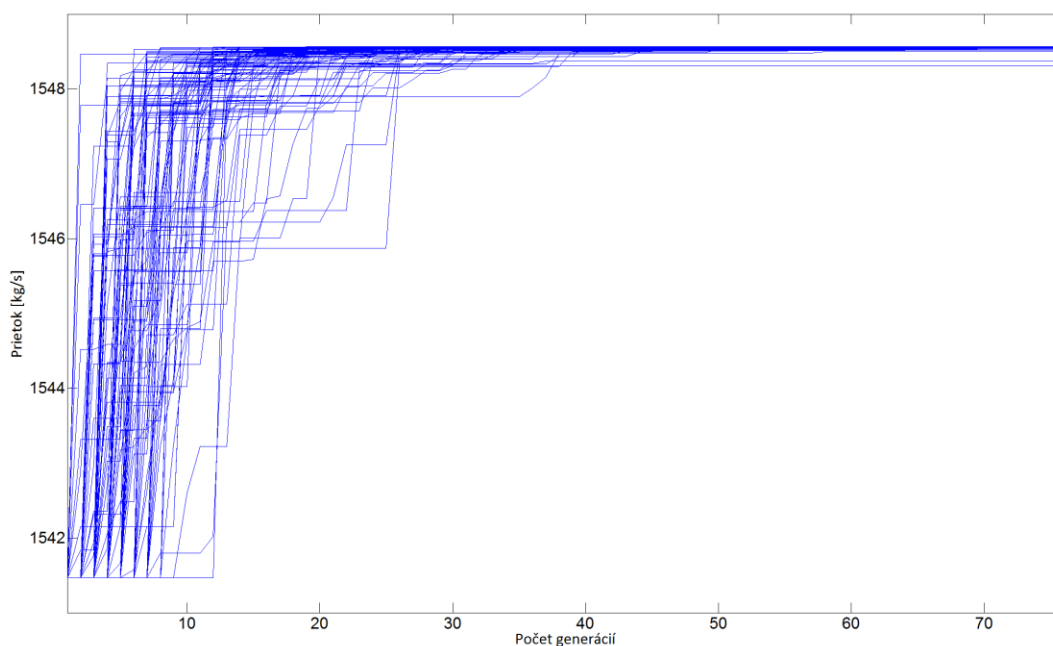
Obrázok B5.6. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých – 25 generácií.



Obrázok B5.7. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých – 5 generácií.



Obrázok B5.8. Priebek konvergence 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých – 10 generácií.



Obrázok B5.9. Priebeh konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0.99, zmenšovanie sigiem každých – 25 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,549417	1,43	1,31504	40,078	59,8731
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	58,36	85,3107
Stredná hodnota	1548,557212	1,43	1,31504	45,47751	76,56567
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	44,4765	77,7149
Smerodajná odchýlka	0,000787377	3,79377E-15	8,92653E-16	3,88508063	4,779876186
Rozptyl	6,19962E-07	1,43927E-29	7,96829E-31	15,0938515	22,84721635

Tabuľka B5.1. Priebeh konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0.8, zmenšovanie sigiem každých – 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,43131	1,43	1,31492	39,75	57,8544
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	61,765	84,3575
Stredná hodnota	1548,555952	1,43	1,3150388	46,46398	75,245083
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	46,094	75,6513
Smerodajná odchýlka	0,012614668	3,79377E-15	1,2E-05	4,095771754	4,781265024
Rozptyl	0,00015913	1,43927E-29	1,44E-10	16,77534626	22,86049523

Tabuľka B5.2. Priebeh konverencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre zmenšovanie sigiem – 0.8, zmenšovanie sigiem každých 10 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,470679	1,43	1,31496	39,609	53,8516
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	65,625	83,4254
Stredná hodnota	1548,555401	1,43	1,3150386	47,06715	74,639019
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	45,7265	75,9557
Smerodajná odchýlka	0,009168661	3,79377E-15	8,29019E-06	4,604549742	5,452328113
Rozptyl	8,40643E-05	1,43927E-29	6,87273E-11	21,20187833	29,72788185

Tabuľka B5.3. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.8, znižovanie sigiem každých 25 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,447058	1,43	1,31493	40,86	55,5556
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	66,359	82,5137
Stredná hodnota	1548,55359	1,43	1,3150364	47,39933	73,933751
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	46,312	75,0872
Smerodajná odchýlka	0,016540968	3,79377E-15	1,61758E-05	4,485028993	5,326624882
Rozptyl	0,000273604	1,43927E-29	2,61657E-10	20,11548507	28,37293263

Tabuľka B5.4. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,423437	1,43	1,31491	40,718	58,4365
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	62,391	83,2415
Stredná hodnota	1548,555401	1,43	1,3150385	46,93108	74,671242
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	46,3675	75,5759
Smerodajná odchýlka	0,013574248	3,79377E-15	1,30558E-05	4,010568918	4,755754774
Rozptyl	0,00018426	1,43927E-29	1,70455E-10	16,08466304	22,61720347

Tabuľka B5.5. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých 10 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,447058	1,43	1,31493	40,391	52,8711
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	68,375	82,876
Stredná hodnota	1548,553826	1,43	1,315037	47,52483	73,938915
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	46,4455	75,12445
Smerodajná odchýlka	0,013490953	3,79377E-15	1,32192E-05	4,600235861	5,462750827
Rozptyl	0,000182006	1,43927E-29	1,74747E-10	21,16216998	29,8416466

Tabuľka B5.6. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.95, znižovanie sigiem každých 25 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,037622	1,4288	1,31497	40,063	57,1537
Maximum	1548,557291	1,43	1,31661	65,375	82,6944
Stredná hodnota	1548,550283	1,429988	1,3150542	47,05155	74,740168
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	46,172	75,8413
Smerodajná odchýlka	0,052538224	0,00012	0,000157366	4,465457888	5,173816077
Rozptyl	0,002760265	1,44E-08	2,4764E-08	19,94031415	26,7683728

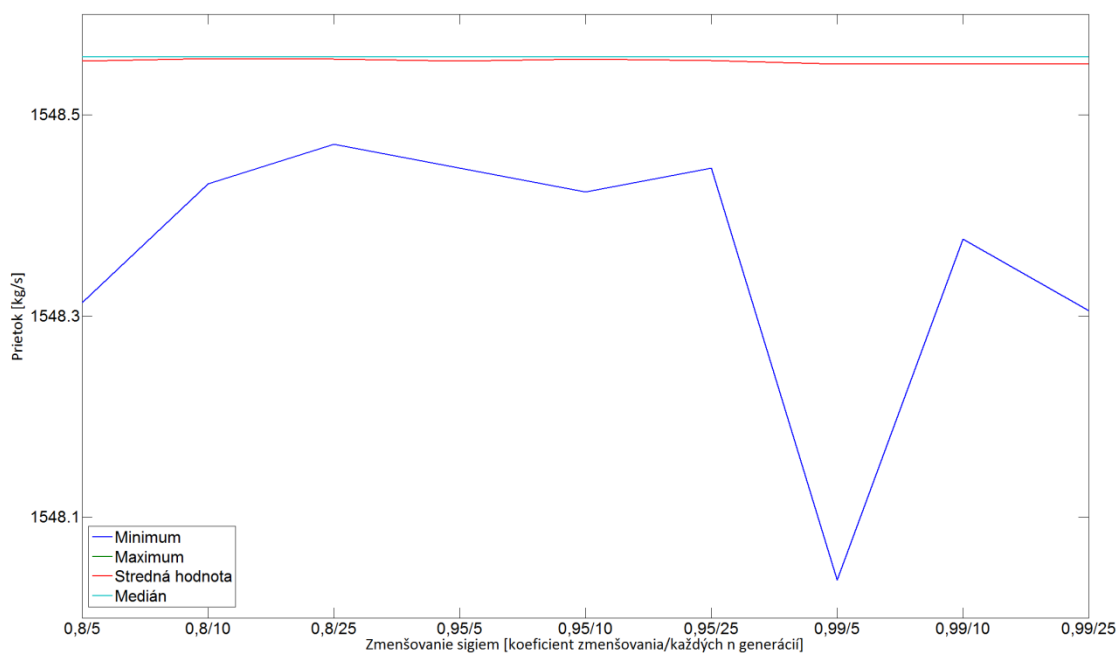
Tabuľka B5.7. Pribeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s radiaciami parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých 5 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,376194	1,42988	1,31486	41,016	55,3519
Maximum	1548,557291	1,43	1,31519	67,11	82,244
Stredná hodnota	1548,550519	1,4299988	1,3150358	47,66447	73,842736
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	45,9605	75,6136
Smerodajná odchýlka	0,02646023	1,2E-05	2,99555E-05	5,231392584	6,089697032
Rozptyl	0,000700144	1,44E-10	8,97333E-10	27,36746837	37,08440994

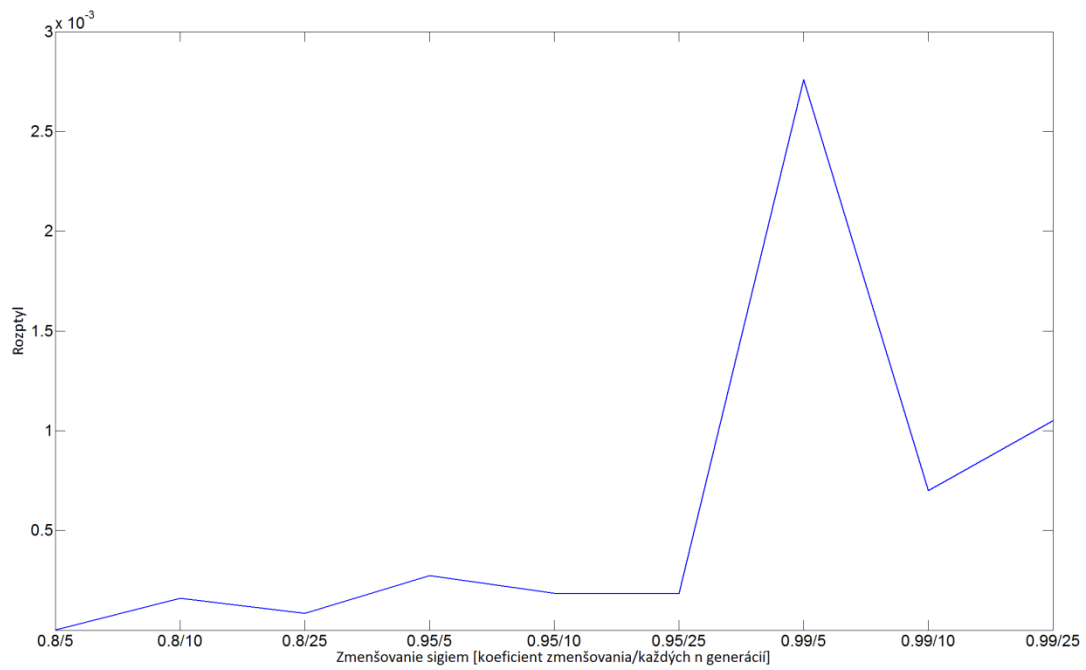
Tabuľka B5.8. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých 10 generácií.

	Prietok [kg/s]	KS 1	KS 3	Čas [s]	Úspešnosť [%]
Minimum	1548,30533	1,43	1,31479	41,218	58,1216
Maximum	1548,557291	1,43	1,31504	63,015	83,7029
Stredná hodnota	1548,550755	1,43	1,3150341	47,22182	74,300255
Medián	1548,557291	1,43	1,31504	46,328	75,61345
Smerodajná odchýlka	0,032417174	3,79377E-15	3,20068E-05	4,113096124	4,81540121
Rozptyl	0,001050873	1,43927E-29	1,02443E-09	16,91755972	23,18808881

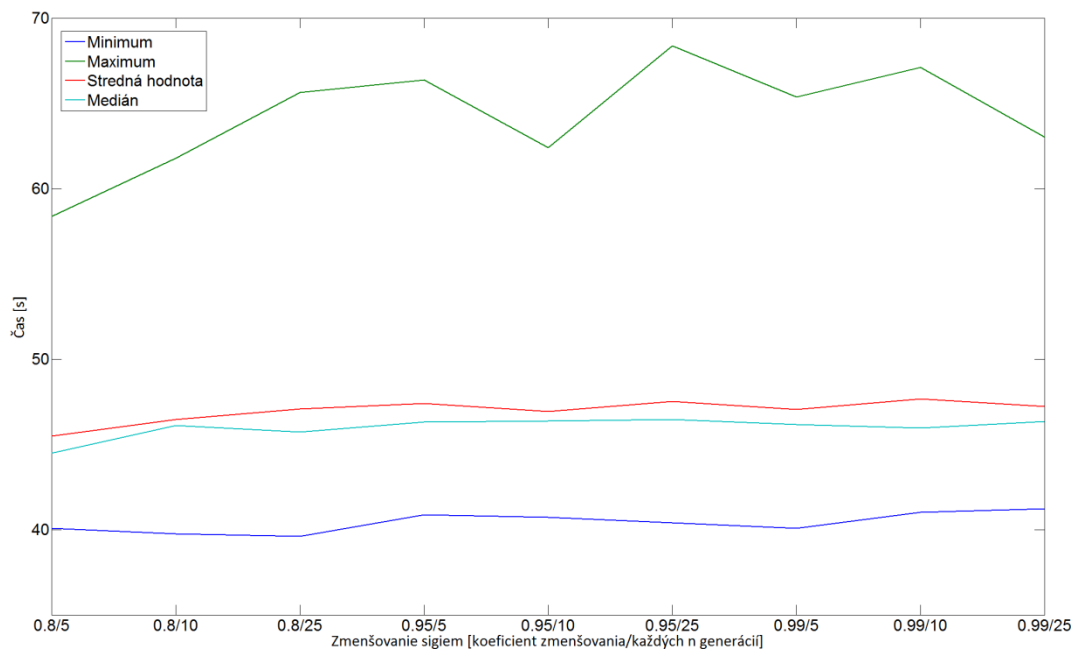
Tabuľka B5.9. Priebeh konvergencie 100 nezávislých optimalizačných výpočtov s riadiacimi parametrami: Počet generácií – 75, počet rodičov – 5, počet potomkov – 10, maximálny vek rodičov – 75, štartovacia sigma – 0.05, koeficient pre znižovanie sigiem – 0.99, znižovanie sigiem každých 25 generácií.



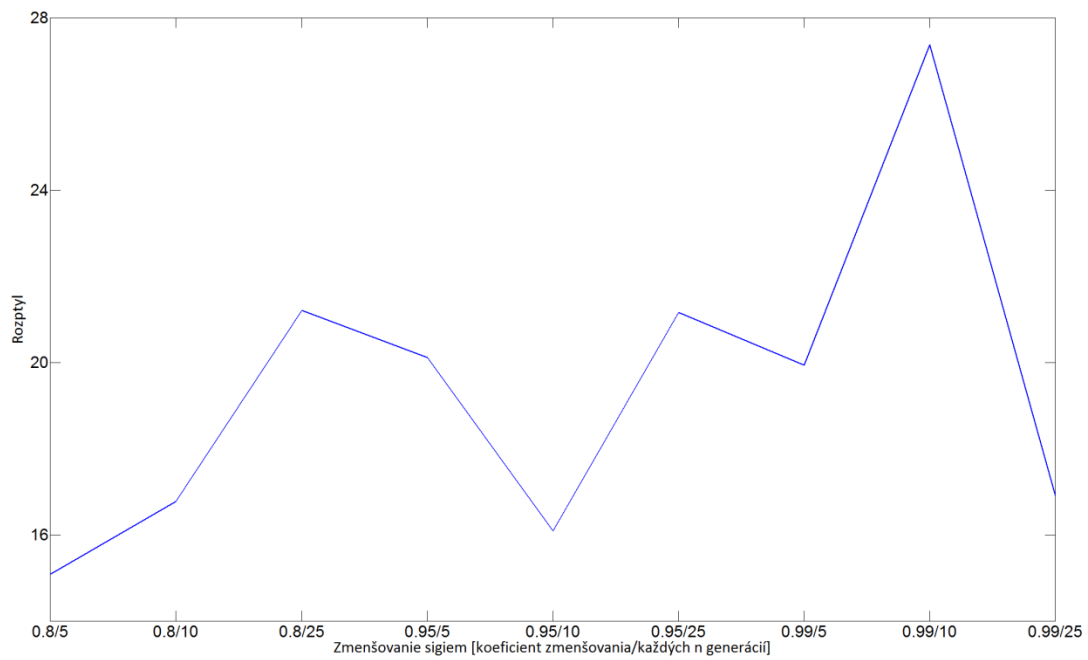
Obrázok B5.10. Štatistické parametre pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od spôsobu znižovania parametra sigma.



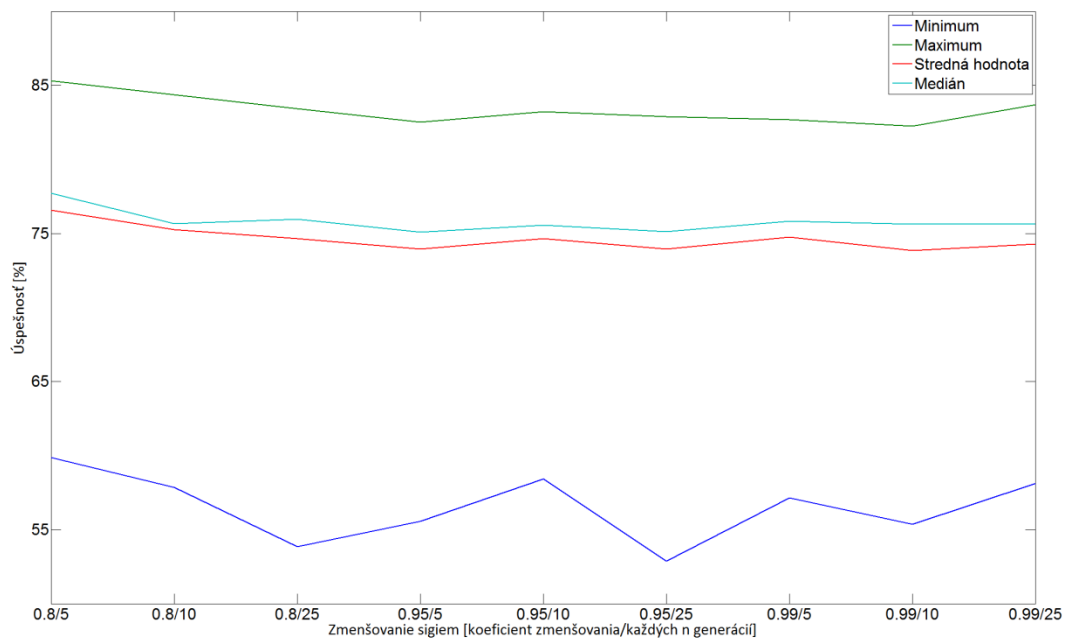
Obrázok B5.11. Rozptyly pre hodnoty dopočítaného prietoku v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.



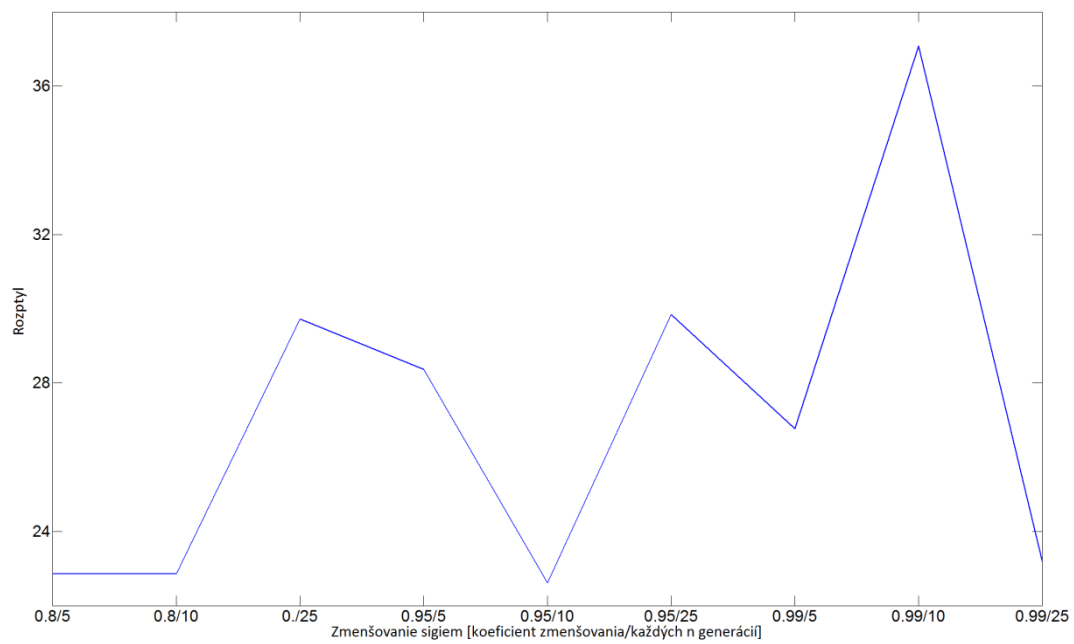
Obrázok B5.12. Štatistické parametre pre hodnoty času výpočtov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.



Obrázok B5.13. Rozptyly pre hodnoty času výpočtov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.



Obrázok B5.14. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.



Obrázok B5.15. Štatistické parametre pre úspešnosti generovania nových potomkov v závislosti od spôsobu zmenšovania parametra sigma.

Záver

V práci sme sa zaoberali implementáciou stochastickej populačnej metódy evolučných stratégií na riešenie viacerých tried optimalizačných úloh vznikajúcich pri reálnej preprave zemného plynu. Konkrétne sa rozoberali nasledujúce úlohy:

- určenie maximálneho prietoku sústavou podľa viacerých kritérií,
- minimalizačné úlohy (napr. minimalizácia spotrebovanej energie alebo spotreby plynu na pohon, resp. minimalizácia celkových prevádzkových nákladov pri vopred zadaných prepravných požiadavkách),
- multikriteriálna optimalizácia (napr. určenie maximálneho prietoku sústavou, pričom je zadané celkové množstvo plynu v potrubnej sústave a súčasne sa požaduje minimalizácia spotreby energie).

Pri klasickom prístupe k riešeniu takýchto úloh na potrubných systémoch so zložitými kompresorovými stanicami (mnoho druhov kompresorov s rôznymi možnými zapojeniami) je potrebné hľadať veľké množstvo parametrov. Napr. v kontexte slovenskej tranzitnej siete, ktorá obsahuje štyri kompresorové stanice a za predpokladu, že by nás zaujímalo len optimálne nastavenie práve týchto štyroch kompresorových staníc, by sa jednalo približne o 120 celočíselných premenných (reprezentujúcich stav jednotlivých kompresorov (zapnutý/vypnutý) a spôsob zapojenia (sériovo/ paralelne)) a rovnaký počet reálnych čísiel reprezentujúcich otáčky každého kompresora. To vedie k neúnosnému predĺženiu času výpočtu, ktorý by bol potom v praxi prakticky nepoužiteľný.

Jedným z najzákladnejších prínosov tejto práce, okrem samotnej implementácie evolučných stratégií, je preto návrh na efektívnu elimináciu veľkého množstva hľadaných parametrov a ich nahradenie menším počtom iných parametrov. Konkrétne sa namiesto hľadania počtov a otáčok kompresorov a spôsobu ich zapojenia do prevádzky hľadá pre každú kompresorovú stanicu jediný parameter – kompresný pomer tejto kompresorovej stanice. Takéto podstatné zmenšenie dimenzionality problému má za následok výrazné zníženie času výpočtu. Tento sa dá ešte ďalej skrátiť využitím paralelizácie výpočtov na viacjadrových procesoroch.

Navrhnutý prístup sme overili na reálnom modeli tranzitného potrubného systému prechádzajúceho územím Slovenskej republiky. Z topologického hľadiska ide o lineárnu sieť, ale kvôli možným veľkým objemom prepravy táto sieť obsahuje kompresorové stanice s veľkým počtom rôznych druhov kompresorov, ktoré možno zapájať sériovo, paralelne, alebo sériovo paralelne. Ako verifikačný nástroj sme použili implementovaný algoritmus dynamického programovania, pretože podľa [21] dynamické programovanie zaručuje dosiahnutie globálneho extrému.

Dosiahnuté výsledky môžeme zhrnúť do nasledujúcich bodov:

Implementácia vo forme funkčného produktu

Navrhnutý optimalizačný prístup bol implementovaný v programovacom jazyku C++ ako samostatný modul stacionárnych optimalizačných výpočtov v rámci softvérovej aplikácie MARTI Studio. Je navrhnutý tak, že za riadiace parametre výpočtu je možné definovať nielen kompresné pomery na kompresorových staniaciach, ale v podstate ľubovoľný parameter siete (napríklad okrajové podmienky vo výstupných uzloch siete, alebo regulačný tlak na

regulátoroch) čím sme dosiahli možnosť jednoducho zadať a riešiť širokú triedu úloh stacionárnych optimalizácií.

Paralelizácia algoritmu s využitím viacprocesorovej architektúry

Dosiahnutie tohto cieľa nám pomohlo udržať dobu výpočtu na prípustnej úrovni tak, aby náš prístup bol využiteľný aj v praxi, keď dispečeri prevádzky majú na svoje rozhodnutia len relatívne krátky (desiatky minút) čas.

Heuristiky pre zlepšenie konvergenčných vlastností algoritmu

Pre zlepšenie konvergenčných vlastností algoritmu a zníženie celkového počtu potrebných stacionárnych simulácií a tým zníženie celkového času výpočtu sme zaviedli dve heuristiky. „*Vek rodiča*“, ktorým sa snažíme zabrániť predčasnej konvergencii tým, že dovolíme každému rodičovi len obmedzený počet generácií podieľať sa na tvorbe novej populácie. „*Riadené znižovanie smerodajných odchýliek σ* “ zabezpečilo rýchlejšiu konvergenciu ku koncu výpočtu.

Overenie algoritmu na reálnom probléme a analýza riadiacich parametrov algoritmu

Vďaka dlhodobej spolupráci s priemyslom zabezpečujúcim tranzitnú prepravu zemného plynu plynovodom prechádzajúcim územím Slovenskej republiky sme boli schopní otestovať náš prístup a samotnú implementáciu na modeli reálneho potrubného systému v reálnych prevádzkových podmienkach a overiť možnosti riešení spomínaných reálnych praktických úloh. Taktiež sme vykonali komplexnú numerickú analýzu riadiacich parametrov na konkrétnych reálnych úlohách z praxe a odhadli optimálne nastavenie riadiacich parametrov algoritmu.

Modifikácia algoritmu pre riešenie multikriteriálnej optimalizácie

Reálne úlohy nás priviedli k potrebe implementovať aj možnosť multikriteriálnej optimalizácie, na ktorú vedie množstvo reálnych inžinierskych problémov. Možnosť počítať multikriteriálnu optimalizáciu sa stalo kompaktnou súčasťou nami realizovanej softvérovej implementácie.